

数 学

〔 I 〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) A と B が 3 ゲーム先取の試合をする。先に 3 ゲーム勝った方を試合の勝者とし、試合を終了する。ゲームで勝つ確率は A, B とも等しく、引き分けの確率は p である。3 ゲーム目で A が試合の勝者となる確率は ア である。3 ゲーム目で A が 2 勝 1 敗となる確率は イ であり、A が 2 勝 1 引き分けとなる確率は ウ であることから、4 ゲーム目で A が試合の勝者となる確率は エ となる。
- (2) $\log_3 9 - \log_2 8$ の値は オ である。方程式 $\log_3(x-2) + \log_3(2x-7) = 2$ の解は カ である。不等式 $\log_2(x+1) + \log_2(x-2) < 2$ を満たす x の範囲は キ である。
- (3) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数 $y = \sin x - \cos x$ の最大値は $x =$ ク のときの値 ケ である。 $\pi < x < 2\pi$ のとき、不等式 $\cos 2x < 1 + \sin x$ を満たす x の範囲は コ である。

〔 II 〕 点 O を原点とする xy 平面上で方程式 $a^2|x| + |y| = a$ が表す図形を R とする。ただし、 $a > 0$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 図形 R を図示し、不等式 $a^2|x| + |y| \leq a$ の表す領域の面積を求めよ。
- (2) 原点 O を中心とし、図形 R に接する円 C の方程式を求めよ。
- (3) 円 C の面積 S を a の式で表せ。また、 a を変化させたときの S の最大値を求めよ。

〔Ⅲ〕 m, n は整数であり, $f(x)$ は 3 次多項式

$$f(x) = 4x^3 + (4m - 5)x^2 - (5m - 4n)x - 5n$$

である。関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の個数が 2 であるとする。
次の問いに答えよ。

- (1) $f\left(\frac{5}{4}\right)$ の値を求めよ。
- (2) m, n が満たす条件を求めよ。
- (3) $m = 2$ のとき, 関数 $y = f(x)$ の極小値を求めよ。