[I]　次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ．

(1)　定数 A, B, C を

$$\frac{x^2+5}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$$

が成立するように選ぶと

$$A = \boxed{\text{ア}}, B = \boxed{\text{イ}}, C = \boxed{\text{ウ}}$$

である．したがって

$$\int_0^1 \frac{x^2+5}{(x+1)^2(x-2)}dx = \boxed{\text{エ}}$$

である．

(2)　3 個のサイコロを同時に投げるとき，出る目の最大数が 5 以下になる確率は $\boxed{\text{オ}}$，4 以下になる確率は $\boxed{\text{カ}}$ である．これより，出る目の最大数がちょうど 6 になる確率は $\boxed{\text{キ}}$，ちょうど 5 になる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である．したがって，3 個のサイコロを同時に投げるときに，出る目の最大数の期待値は $\boxed{\text{ケ}}$ である．

[II]　原点を O とする座標平面内で行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

の表す 1 次変換 f を考える．この f によって，$\mathrm{P}(1,0), \mathrm{Q}(0,1)$ が移る点をそれぞれ P', Q' とすると，線分 OP' と線分 OQ' の長さが等しいとする．また，f によって，点 $(1,\ 2)$ はそれ自身に移るとする．次の問いに答えよ．

(1)　a, c の満たす条件を求めよ．また，この条件を満たす図形を ac 平面に図示せよ．

(2)　1 次変換 f によって，点 $\mathrm{R}(1,1)$ が移る点を R' とする．また，線分 OR' の長さを r とする．r の最大値および最小値とそのときの a, c の値，および点 R' の座標をそれぞれ求めよ．

[III]　座標空間の原点 O を中心とする半径 1 の球面上に互いに異なる 3 点 A, B, C を取り，

$$\alpha = \angle \mathrm{AOC},\ \beta = \angle \mathrm{BOC},\ \theta = \angle \mathrm{AOB}$$

とおく．ただし，点 C の座標は (0, 0, 1) とし，$0 < \alpha \leqq \pi$，$0 < \beta \leqq \pi$，$0 < \theta \leqq \pi$ とする．次の問いに答えよ．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = (a_1, a_2, a_3)$ とするとき，

$$a_3\,,\ \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

を α で表せ．また，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = (b_1, b_2, b_3)$ とするとき，

$$b_3\,,\ \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

を β で表せ．

(2)　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と $\cos(\alpha + \beta)$ の大小を判定せよ．ただし，等号成立条件は述べなくてよい．

(3)　上の (2) の結果を用いて，θ と $\alpha + \beta$ の大小を判定せよ．ただし，等号成立条件は述べなくてよい．

[IV]　数列

$$a_1 = \sqrt{2},\ a_2 = \sqrt{2}^{\sqrt{2}},\ a_3 = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}},\ a_4 = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}},\cdots$$

は漸化式

$$a_{n+1} = (\sqrt{2})^{a_n}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たしている．$f(x) = (\sqrt{2})^x$ として次の問いに答えよ．

(1)　$0 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(2)　$0 \leqq x \leqq 2$ における $f'(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(3)　$0 < a_n < 2\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ が成立することを数学的帰納法を用いて示せ．

(4)　$0 < 2 - a_{n+1} < (\log 2)(2 - a_n)\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ が成立することを示せ．

(5)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ．