

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 条件  $a_1 = -\frac{5}{6}$ ,  $6a_{n+1} - 3a_n + 4 = 0$  によって定められる数列  $\{a_n\}$  について考える。この漸化式は  $a_{n+1} + \text{ア} = \text{イ} (a_n + \text{ア})$  と変形できる。したがって、一般項は  $a_n = \text{ウ}$  である。
- (2) 方程式  $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4) = -24$  について、 $X = x^2 - x$  とおくと、 $X$  の2次方程式  $\text{エ} = 0$  を得る。その解は  $X = \text{オ}$ ,  $\text{カ}$  (ただし,  $\text{オ} < \text{カ}$ ) である。元の方程式の最大の解は  $x = \text{キ}$  である。
- (3) 箱 A, B, C, D があり、それぞれに4個のボールが入っている。各箱のボールには、1から4までの番号がつけられている。箱 A, B, C, D からボールを1個ずつ取り出し、出た数をそれぞれ  $a, b, c, d$  とする。 $a, b, c, d$  の最大の数が3以下である場合は  $\text{ク}$  通りあり、最大の数が4である場合は  $\text{ケ}$  通りある。また、 $a, b, c, d$  について、 $a+b+c+d = 15$  となる場合は  $\text{コ}$  通りある。

**[2]**

座標空間において、原点を  $O$  とし、点  $A(1, 0, 0)$  をとる。また、 $xy$  平面上にあり、中心が原点、半径が 1 の円を  $C$  とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $C$  の  $y \geq 0$  の部分にある点  $P$  について  $\angle AOP = t$  ( $0 \leq t \leq \pi$ ) とする。このとき、点  $P$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (2) 点  $Q$  を  $\overrightarrow{OQ} = -\overrightarrow{OP}$  を満たす点とし、点  $B(\sqrt{3}, 1, 1)$  をとる。このとき、内積  $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BQ}$  を求めよ。また、 $|\overrightarrow{BP}|^2 = m - n \sin(t + \alpha)$  となるような定数  $m, n, \alpha$  (ただし、 $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ ) を求めよ。
- (3)  $\angle PBQ = \theta$  とおくとき、 $\cos \theta$  の最大値と最小値、およびそれらのときの  $t$  の値を求めよ。
- (4)  $\cos \theta$  が上で求めた最小値をとるとき、三角形  $PBQ$  の面積を求めよ。

**[3]** 実数  $x$  に対して、 $x$  以下の最大の整数を  $[x]$  と表す。例えば、 $[1] = 1$ ,  $\left[\frac{5}{2}\right] = 2$  である。正の整数  $n$  に対して  $a_n = \left[\frac{2}{3}n\right]$  とするとき、次の問いに答えよ。

(1)  $a_1$  から  $a_6$  までの6つの項を求めよ。

(2) 正の整数  $m$  に対して  $\sum_{k=3m-2}^{3m} a_k$  を求めよ。

(3)  $\sum_{k=1}^{3n} a_k$  を求めよ。

(4)  $\sum_{k=1}^{3n} k a_k$  を求めよ。

**[4]**関数  $f(x) = x^{-2} \log x$  ( $x > 0$ ) について次の問いに答えよ.

- (1)  $f'(x)$  を求めよ.
- (2)  $f(x)$  の極値を求めよ.
- (3) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $(p, f(p))$  における接線の方程式を求めよ. また, 原点を通る接線  $l$  の方程式を求めよ.
- (4)  $m \neq -1$  に対して, 不定積分  $\int x^m \log x dx$  を求めよ. また, 曲線  $y = f(x)$ , 直線  $l$ , および  $x$  軸で囲まれる部分の面積  $S$  を求めよ.