

## 解答用紙A（マークシート）の記入に関する注意事項

1. 問題の [1] から [3] までの解答は、解答用紙A（マークシート）の解答欄にマークしなさい。

[例] 

(11)	(12)
------	------

 と表示のある問いに対して、「34」と解答する場合は、次の例のように解答欄 (11) の ③ にマークし、解答欄 (12) の ④ にマークしなさい。

(11)	(12)
0	0
1	1
2	2
●	③
4	●
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
○	○

なお、解答欄にある ① はマイナス符号 - を意味します。

2. 解答欄 (1), (2), …… の一つ一つは、それぞれ 0 から 9 までの数字、または、マイナス符号 - のいずれか一つに対応します。それらを、(1), (2), …… で示された解答欄にマークしなさい。

下の例のように、数字は右によせて表示し、マイナスの符号は左端に置きなさい。空のマスがあれば 0 を補いなさい。

[例] 

(6)	(7)	(8)
-----	-----	-----

 に 53 と答えたいときは、

(6)	(7)	(8)
0	5	3

 とし、  
-2 と答えたいときは、

(6)	(7)	(8)
-	0	2

 とし、  
0 と答えたいときは、

(6)	(7)	(8)
0	0	0

 とする。

3. 分数で解答が求められているときは分母を正で、約分しきった形で解答しなさい。

[例] 

(9)	(10)
(11)	(12)

 に  $-\frac{4}{6}$  と答えたいときは  $\frac{-2}{3}$  とする。

すなわち、

(9)	(10)	(11)	(12)
-	2	0	3

 としなさい。

4. 根号の中の数字はできる限り小さな自然数としなさい。

[例] 

(12)	(13)
(14)	(15)

 $\sqrt{\quad}$ 

(16)	(17)
------	------

 に  $\frac{3}{\sqrt{8}}$  と答えたいときは  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  とする。

すなわち、

(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)
0	3	0	2	0	4

 とする。

[ 1 ]  $f(x) = 1 - x^2$  とし、曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を  $S$  とする。

(1)  $S$  を求めると、 $S = \frac{\boxed{(1)} \quad \boxed{(2)}}{\boxed{(3)} \quad \boxed{(4)}}$  である。

(2)  $0 < a < 1$  を満たす実数  $a$  に対して、4 点  $(-a, 0)$ ,  $(-a, f(-a))$ ,  $(a, f(a))$ ,  $(a, 0)$  を結んでできる長方形の面積を  $S_a$  とする。  
 $|S - S_a|$  が最小になる  $a$  と、このときの  $S_a$  の値を求めると、

$$a = \frac{\sqrt{\boxed{(5)} \quad \boxed{(6)}}}{\boxed{(7)} \quad \boxed{(8)}}, \quad S_a = \frac{\boxed{(9)} \quad \boxed{(10)} \sqrt{\boxed{(11)} \quad \boxed{(12)}}}{\boxed{(13)} \quad \boxed{(14)}}$$

である。

[ 2 ] ベクトル  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  について、次の条件 (i), (ii), (iii) を考える。

(i) ベクトル  $\vec{a}$  の大きさは 1 である。

(ii) ベクトル  $\vec{a}$  とベクトル  $\vec{b} = (0, 2, -2)$  のなす角は  $45^\circ$  である。

(iii) 直線  $l$  を、 $\vec{p}$  を  $l$  上の任意の点  $P$  の位置ベクトルとし、実数  $t$  を媒介変数とすると、ベクトル方程式

$$\vec{p} = (2, -1, 3) + t\vec{a}$$

によって表される直線とする。

このとき、直線  $l$  上の点  $(x, y, z)$  で球の方程式

$$(x-3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 2$$

を満たす点がただ 1 つだけある。

(1) ベクトル  $\vec{a}$  が条件 (i), (ii) を満たすとき、 $a_2$  を  $a_3$  を用いて表すと、

$$a_2 = \boxed{(15)} \quad \boxed{(16)} a_3 + \boxed{(17)} \quad \boxed{(18)}$$

である。

(2) ベクトル  $\vec{a}$  が条件 (i), (ii), (iii) を満たすとき、 $a_1, a_2, a_3$  の値を求めると、

$$a_1 = \frac{\boxed{(19)} \quad \boxed{(20)}}{\boxed{(21)} \quad \boxed{(22)}}, \quad a_2 = \frac{\boxed{(23)} \quad \boxed{(24)}}{\boxed{(25)} \quad \boxed{(26)}}, \quad a_3 = \frac{\boxed{(27)} \quad \boxed{(28)}}{\boxed{(29)} \quad \boxed{(30)}}$$

である。ただし  $a_1 > 0$  とする。

[ 3 ] ある銀行の口座 A に  $3,276,800 (= 2^{17} \times 5^2)$  円を, 別の銀行の口座 B に  $1,310,720 (= 2^{18} \times 5)$  円を預金する. 口座 A の年利は 20 %, 口座 B の年利は 25 %とする. 1 年後両口座の預金に利息がついた後で, 口座 A の預金金額の  $\frac{1}{16}$  を口座 B に移す. この操作を毎年繰り返す.  $n$  年後に預金を移した後の口座 A の預金額を  $a_n$  円, 口座 B の預金額を  $b_n$  円,  $c_n = \frac{b_n}{a_n}$  とする. このとき,

$$a_{n+1} = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (31) & (32) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (33) & (34) \\ \hline \end{array}} a_n + \begin{array}{|c|c|} \hline (35) & (36) \\ \hline \end{array}$$

$$c_{n+1} = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (37) & (38) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (39) & (40) \\ \hline \end{array}} c_n + \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (41) & (42) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (43) & (44) \\ \hline \end{array}}$$

である.  $c_n$  を求めると,

$$c_n = \left( \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (45) & (46) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (47) & (48) \\ \hline \end{array}} \right)^n + \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (49) & (50) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (51) & (52) \\ \hline \end{array}}$$

である.

操作後の口座 B の預金額が口座 A の預金額をはじめて超えるのは

$\begin{array}{|c|c|} \hline (53) & (54) \\ \hline \end{array}$  年後である. ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする.

[ 4 ] 2000 円を持った人がくじを最大で 2 回引き、賞金を受け取った後の残金の期待値を最大にしたいと考えた。くじは A, B, C の 3 種類あり、1 回には最大 1 本のくじを引くことができる。くじ 1 本の値段は A と B は 1000 円、C は 500 円である。

くじ A は当たりかはずれのいずれかで、賞金は当たりのときは 1200 円で、はずれたときは 0 円とする。また当たる確率は 0.6 で、くじ A で当たりを引くとそれ以上くじは引けないものとする。

くじ B は 1 等, 2 等のいずれかに当たり、その賞金はそれぞれ 2000 円, 950 円である。1 等が当たる確率は 0.4, 2 等が当たる確率は 0.6 で、くじ B を引くとそれ以上くじは引けない。

くじ C は 1 等, 2 等, 3 等のいずれかに当たり、その賞金はそれぞれ 1000 円, 1000 円, 500 円である。当たる確率は 1 等が 0.2, 2 等が 0.4, 3 等が 0.4 とする。2 等または 3 等を引いたときはそれ以上くじは引けない。

(1) 1 回だけくじを引くときの残金の期待値を求めると、A を引くときは  円, B を引くときは  円, C を引くときは  円である。

(2) 最大で 2 回引くときの残金の期待値の最大値は  円である。そのときのくじの引き方は  である。

くじの引き方は以下の選択肢から選び、番号を解答欄に記入しなさい。

- 01 1 度もくじを引かない。
- 02 1 回目にくじ A を引き、2 回目のくじを引くことができるときは A を引く。
- 03 1 回目にくじ A を引き、2 回目のくじを引くことができるときは B を引く。
- 04 1 回目にくじ A を引き、2 回目のくじを引くことができるときは C を引く。
- 05 1 回目にくじ A を引き、2 回目はくじを引かない。
- 06 1 回目にくじ B を引く。
- 07 1 回目にくじ C を引き、2 回目のくじを引くことができるときは A を引く。
- 08 1 回目にくじ C を引き、2 回目のくじを引くことができるときは B を引く。
- 09 1 回目にくじ C を引き、2 回目のくじを引くことができるときは C を引く。
- 10 1 回目にくじ C を引き、2 回目はくじを引かない。

解答用紙の  の中には、0 から 9 までの数字またはマイナスの符号  $-$  を 1 個ずつ記入しなさい。数字は右によせて書き、マイナスの符号は左端に書く。空の  があれば 0 を記入しなさい。

[5] 次の3つの関数を考える.

$$f(x) = -2x + 2$$

$$g(x) = 1 \quad (\text{定数関数})$$

$$h(x) = \frac{3}{2}x$$

$a$  を任意の実数とし、3つの数  $f(a)$ ,  $g(a)$ ,  $h(a)$  のうち最も大きい数を  $m_a$  とする.  $m_a$  を求めなさい.

つぎに、実数  $a$  を動かしたとき、 $m_a$  の値が最小となる  $a$  をすべて求めなさい.

[6]  $\log_{10} 7 = 0.8451$  とする.

(1)  $7^6$  の桁数を求めなさい.

(2)  $7^{7^n}$  の桁数が  $10^n$  より大きく  $10^{n+1}$  より小さくなるような整数  $n$  を求めなさい.

[7]  $a, b$  を実数とする. 直線  $ax - y - 1 = 0$  と直線  $-x + by - 2 = 0$  は点  $(x_0, y_0)$  で交わり、 $x_0 > 0, y_0 > 0$  であったとする.

(1)  $a > 0$  であることを証明しなさい.

(2)  $k, l$  を任意の正の実数とする. このとき、直線  $ax - y - k = 0$  と直線  $-x + by - l = 0$  の交点の座標を  $(x_1, y_1)$  とすると、 $x_1 > 0, y_1 > 0$  であることを証明しなさい.