2001年度

慶應義塾大学入学試験問題

経済学部

数学

受験番号						氏名	

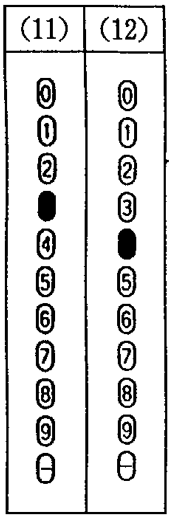
注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いたり，裏返したりしてはいけません.
2. 数学の問題冊子は全部で12ページです．問題は3，4，9，10ページに印刷してあります．試験開始の合図とともに全てのページが揃っているか確認してください．ページが抜けていたり重複するページがあったら直ちに監督者に申し出てください.
3. 解答用紙は，解答用紙A（マークシート）が1枚と，解答用紙Bが1枚です.
4. 受験番号と氏名を，問題冊子，解答用紙A（マークシート）および解答用紙Bのそれぞれ所定の欄に必ず記入してください．さらに，解答用紙A（マークシート）には受験番号をマークしてください.
5. 解答用紙A（マークシート）への記入に先立って，解答用紙A（マークシート）に記載された注意事項を必ず読んでください．また，試験開始の合図があった後，問題冊子の2ページ目に記載された「解答用紙A（マークシート）の記入に関する注意事項」を必ず読んでください.
6. 問題冊子の余白は，計算および下書きに用いてもかまいません．計算用紙（5ページから8ページ）は取り出して用いてもかまいません．ただし，1ページ目には受験番号と氏名のほか何も書いてはいけません.
7. 解答用紙Bの余白および裏面には何も書いてはいけません.
8. 数学の問題のうち，問題の［1］から［4］までが最初に採点されます．問題の［5］から［7］は，数学の最初に採点される問題と英語の最初に採点される問題の得点の合計が一定点に達した受験生についてのみ，採点されます.
9. 問題冊子は，試験終了後必ず持ち帰ってください.

解答用紙A（マークシート）の記入に関する注意事項

1. 問題の［1］から［4］までの解答は，解答用紙A（マークシート）の解答欄にマークしなさい．

  ［例］ | (11) | (12) | と表示のある問いに対して，「34」と解答する場合は，次の例のように解答欄（11）の ③ にマークし，解答欄（12）の ④ にマークしなさい．



  なお，解答欄にある ⊖ はマイナス符号 − を意味します．

2. 解答欄 (1)，(2)，…… の一つ一つは，それぞれ 0 から 9 までの数字，または，マイナス符号 − のいずれか一つに対応します．それらを，(1)，(2)，…… で示された解答欄にマークしなさい．

  下の例のように，数字は右によせて表示し，マイナスの符号は左端に置きなさい．空のマスがあれば 0 を補いなさい．

［例］ | (6) | (7) | (8) | に

		(6)	(7)	(8)	
53	と答えたいときは，	0	5	3	とし，
−2	と答えたいときは，	−	0	2	とし，
0	と答えたいときは，	0	0	0	とする．

[1]　$y=x^6-6x^5+5x^4+20x^3-17x^2-22x$ とし，$t=x^2-2x$ とする．

(1)　x が $-1\leqq x\leqq 2$ の範囲を動くとき，t の動く範囲を求めると，

$$\boxed{(1)\ \vdots\ (2)} \leqq t \leqq \boxed{(3)\ \vdots\ (4)}$$

である．

(2)　y を t の関数として表すと，

$$y=t^3+\boxed{(5)\ \vdots\ (6)}\,t^2+\boxed{(7)\ \vdots\ (8)}\,t$$

である．

(3)　区間 $-1\leqq x\leqq 2$ における y の最小値，最大値を求めると，

最小値 $=\boxed{(9)\ \vdots\ (10)\ \vdots\ (11)}$，最大値 $=\boxed{(12)\ \vdots\ (13)}$

である．

[2]　点 A(1, -1) より円 $C:(x-3)^2+(y-1)^2=4$ に接線 $l:ax+by=1$，$k:cx+dy=1$ を引き，接線 l と円 C との接点を D，接線 k と円 C との接点を E とする．ただし，$a<c$ とする．

(1)　a，b，c，d を求めると，

$$a=\boxed{(14)\ \vdots\ (15)},\quad b=\boxed{(16)\ \vdots\ (17)}$$
$$c=\boxed{(18)\ \vdots\ (19)},\quad d=\boxed{(20)\ \vdots\ (21)}$$

である．

(2)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$ とベクトル $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ のなす角は $\boxed{(22)\ \vdots\ (23)}$ 度である．

(3)　直線 l 上の点 X と直線 k 上の点 Y は，線分 XY が線分 DE と平行になり，かつ円 C と共有点をもつように動くものとする．このとき $|\overrightarrow{\mathrm{XY}}|$ が最小になるような点 X，Y を通る直線の方程式を求めると，

$$y=\boxed{(24)\ \vdots\ (25)}\,x+\boxed{(26)\ \vdots\ (27)}-\sqrt{\boxed{(28)\ \vdots\ (29)}}$$

である．また，このときの $|\overrightarrow{\mathrm{XY}}|$ の値を求めると，

$$|\overrightarrow{XY}|=\boxed{(30)\ \vdots\ (31)}+\sqrt{\boxed{(32)\ \vdots\ (33)}}$$

である．

[3]　曲線 $y=x^2(x-3)$ と曲線 $y=x^3-27$ の共有点を求めると，

$$\left(\boxed{(34)\ (35)},\ \boxed{(36)\ (37)\ (38)}\right),$$

$$\left(\boxed{(39)\ (40)},\ \boxed{(41)\ (42)\ (43)}\right)$$

である．ただし $\boxed{(34)\ (35)}$ は正の数，$\boxed{(39)\ (40)}$ は負の数である．

また，この 2 つの曲線で囲まれた部分の面積を求めると，

$$\boxed{(44)\ (45)\ (46)}$$

である．

[4]　$\mathbf{Z}$ を整数全体の集合とし

$$A=\{(x,\ y)\mid \log_2 y-\log_{\sqrt{2}}(x-20)\geqq 0,\ x\in\mathbf{Z},\ y\in\mathbf{Z}\}$$

$$B=\{(x,\ y)\mid 2^x-5^y\geqq 0,\ x\in\mathbf{Z},\ y\in\mathbf{Z}\}$$

とおく．

$$S=\{x\mid (x,\ y)\in A\cap B \text{ となる } y \text{ がある}\}$$

$$T=\{y\mid (x,\ y)\in A\cap B \text{ となる } x \text{ がある}\}$$

とおくとき，S の一番小さい要素は $\boxed{(47)\ (48)}$，一番大きい要素は $\boxed{(49)\ (50)}$ であり，T の一番小さい要素は $\boxed{(51)\ (52)}$，一番大きい要素は $\boxed{(53)\ (54)}$ である．また集合 $A\cap B$ に含まれる要素の個数 $n(A\cap B)$ を求めると，

$$n(A\cap B)=\boxed{(55)\ (56)}$$

である．ここで $\log_{10}2=0.3010$ とする．

注意：x が集合 $\mathbf{Z}$ の要素であることを，$x\in\mathbf{Z}$ と表す．

[5] 会社 X, Y, Z はそれぞれ商品を初年度（1 年度）は 300 トン，500 トン，700 トン生産する．また次年度以降には各会社は，1 トン当りの価格に生産量をかけて得られる売上から生産費用を差し引いて計算される利潤を最大にするように生産量を決定するものとする．ただし，次年度以降のそれぞれの会社の商品の 1 トン当りの価格は前年度の他の 2 社の商品の生産量の和に比例し，比例定数は 1 とする．また生産費用はその年における自社の生産量の 2 乗に比例し，比例定数は 1 とする．n 年度の X, Y, Z の生産量をそれぞれ x_n, y_n, z_n で表すとき，以下の問いに答えよ．

(1) $n \geqq 2$ のとき，n 年度の会社 X の利潤を x_{n-1}, y_{n-1}, z_{n-1}, x_n, y_n, z_n を用いて表すと，$\boxed{\quad ア \quad}$ である．また，n 年度の会社 X の生産量を y_{n-1}, z_{n-1} を用いて表すと，$\boxed{\quad イ \quad}$ で，3 社の生産量の和 $x_n+y_n+z_n$ を x_{n-1}, y_{n-1}, z_{n-1} を用いて表すと，$\boxed{\quad ウ \quad}$ である．

(2) $n \geqq 2$ のとき，x_n を x_{n-1} を用いて表すと，$x_n = \boxed{\quad エ \quad}$ である．

(3) x_n, y_n, z_n をそれぞれ n の式で表せ．

[6]　以下の式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ.

$$f(x) = 3x^2\int_{-1}^{1} f(t)\,dt + x\int_{0}^{1} (f'(t))^2\,dt + \int_{0}^{1} f(t)\,dt$$

[7]　$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$ は無理数である. このことを用いて, 次の命題を証明せよ.

「有理数 a, b のうち少なくとも 1 つが 0 でないならば, $a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ は無理数である.」