

2010年度

慶應義塾大学入学試験問題

経済学部

数学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いたり、裏返したりしてはいけません。
2. 数学の問題冊子は全部で12ページです。問題は3, 4, 5, 8, 9, 10ページに印刷してあります。試験開始の合図とともに全てのページが揃っているか確認してください。ページが抜けていたり重複するページがあれば、直ちに監督者に申し出てください。
3. 解答用紙は、解答用紙A(マークシート)が1枚と、解答用紙Bが1枚です。問題の[1]から[3]は解答用紙A(マークシート)に、問題の[4]から[6]は解答用紙Bに解答してください。
4. 受験番号と氏名を、解答用紙A(マークシート)および解答用紙Bのそれぞれ所定の欄に必ず記入してください。さらに、解答用紙A(マークシート)には受験番号を忘れずにマークしてください。
5. 解答用紙A(マークシート)への記入に先立って、解答用紙A(マークシート)に記載された注意事項を読んでください。また、試験開始の合図があった後、問題冊子の2ページ目に記載された「解答用紙A(マークシート)の記入に関する注意事項」を必ず読んでください。
6. 問題冊子の余白および6, 7, 11, 12ページは、計算および下書きに用いてもかまいません。ただし、1ページ目には何も書いてはいけません。
7. 解答用紙Bの余白および裏面には何も書いてはいけません。
8. 数学の問題のうち、問題の[1]から[3]が最初に採点されます。問題の[4]から[6]は、数学の最初に採点される問題と英語の最初に採点される問題の得点が一定点に達した受験生についてのみ、採点されます。
9. 問題冊子は試験終了後必ず持ち帰ってください。

解答用紙A(マークシート)の記入に関する注意事項

1. 問題の [1] から [3] の解答は、解答用紙A(マークシート)の解答欄にマークしてください。

[例]

(11)	(12)
------	------

 と表示のある問いに対して、「34」と解答する場合は、右の例のように解答欄(11)の ③ と解答欄(12)の ④ にマークしてください。

なお、解答欄にある \ominus はマイナスの符号-を意味します。

(11)	(12)
①	①
②	②
③	③
④	④
⑤	⑤
⑥	⑥
⑦	⑦
⑧	⑧
⑨	⑨
⊖	⊖

2. 解答欄(1), (2), ... の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、またはマイナスの符号-のいずれか一つに対応します。それらを(1), (2), ... で示された解答欄にマークしてください。

下の例のように、数字は右によせて表示し、マイナスの符号-は左端に置いてください。空のマスのあれば0を補ってください。解答が分数のときは、分母を正で、約分しきった形で解答してください。

[例]

$$3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$0 \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$3 \rightarrow \frac{3}{1} \rightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}}$$

$$-x \rightarrow (-1)x \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 1 \\ \hline \end{array} x$$

$$-\frac{4}{6} \rightarrow \frac{-2}{3} \rightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}}$$

[1] 座標空間内の3点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 1)$, $B(0, 3, -1)$ によって定まる平面を α とし, α 上にない点 $C(0, 7, 14)$ をとる.

(1) ベクトル $\vec{n} = (-3, \boxed{(1)}, \boxed{(2)})$ はベクトル \vec{OA} , \vec{OB} の両方と垂直である.

(2) 点 C から平面 α に下ろした垂線と α との交点の座標は $(\boxed{(3)}, \boxed{(4)}, \boxed{(5)})$ である.

(3) 点 C を中心とし半径 $10\sqrt{2}$ の球面と平面 α とが交わってできる図形は半径 $\boxed{(6)}\boxed{(7)}$ の円である.

(4) 点 O に関して点 B と対称な点を B' とする. 点 P が線分 $B'B$ 上を動くとき,

PC が最小となる点 P の座標は $\left(0, \frac{\boxed{(8)}\boxed{(9)}}{\boxed{(10)}\boxed{(11)}}, \frac{\boxed{(12)}\boxed{(13)}}{\boxed{(14)}\boxed{(15)}} \right)$ で,

PC が最大となる点 P の座標は $\left(0, \boxed{(16)}\boxed{(17)}, \boxed{(18)}\boxed{(19)} \right)$ である.

[2] 1から6までの番号をつけた6枚のカードを横1列に並べる.

(1) 左端が5番のカードであるような並べ方の総数は $\boxed{(20)} \boxed{(21)} \boxed{(22)}$ である.

(2) 次のような操作を試行という.

「さいころを振って出た目の数の番号のカードを左端に移し、空いた場所の左隣のカードを順に右に詰めることによって6枚のカードを並べかえる. 出た目の数の番号のカードが左端にある場合はカードの移動はしない。」

例えば、カードの番号が左から1, 3, 5, 2, 4, 6の順に並んでいて、さいころを振って4が出たとき、並べかえた後のカードの番号は左から順に4, 1, 3, 5, 2, 6となる.

最初、カードの番号が左から1, 2, 3, 4, 5, 6の順に並んでいるとする.

(a) 試行を2回続けて行った後で起こりうる並び方のうち、1番のカードが左から3枚目の位置にある並び方の総数は $\boxed{(23)} \boxed{(24)}$ である.

(b) 試行を2回続けて行った後で、1番のカードが左から3枚目の位置にある

確率は $\frac{\boxed{(25)}}{\boxed{(26)} \boxed{(27)}}$ である.

(c) 試行を2回続けて行った後で、1番のカードが左から2枚目の位置にある

確率は $\frac{\boxed{(28)}}{\boxed{(29)} \boxed{(30)}}$ である.

(d) 試行を2回続けて行うとき、最初の状態を含めて、列の左端に位置する

ことが1度もないカードの枚数の期待値は $\frac{\boxed{(31)} \boxed{(32)} \boxed{(33)}}{\boxed{(34)} \boxed{(35)}}$ である.

[3] a, b は実数で, $a > 0$ とし,

$$f(x) = ax^2 + bx + 1$$

とおく.

(1) 方程式 $f(x) = 0$ は実数解をもたないか, または, ただ1つの実数解をもつとする.

$\int_0^1 f(x) dx$ の値は $a = \frac{\boxed{(36)}}{\boxed{(37)}}$, $b = \boxed{(38)} \boxed{(39)}$ のとき最小となり, このとき

$\int_0^1 f(x) dx = \frac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}}$ である.

(2) 方程式 $f(x) = 0$ は実数解をもつとし, 異なる2つの実数解 α, β をもつときには $k = \alpha + \beta$ とおき, ただ1つの実数解 α をもつときには $k = 2\alpha$ とおく.

$\int_0^1 f(x) dx \leq 7$ がみたされているならば, $|k|$ は $a = \boxed{(42)} \boxed{(43)} \boxed{(44)}$,

$b = \boxed{(45)} \boxed{(46)} \boxed{(47)}$ のとき最小となり, このとき $|k| = \frac{\boxed{(48)}}{\boxed{(49)}}$ である.

計 算 用 紙

計 算 用 紙

[4] a は実数の定数とする.

- (1) $|x - a| < 2$ をみたす実数 x の値の範囲を求めよ.
- (2) $|x - a| < 2$ をみたす正の実数 x が存在するような a の値の範囲を求めよ.
- (3) $|x - a| < x + 1$ をみたす実数 x が存在するような a の値の範囲を求めよ.
- (4) a の値が (3) の範囲にあるとき, $|x - a| < x + 1$ をみたす実数 x の値の範囲を求めよ.
- (5) すべての実数 x に対して $|x^2 - a| > x - a$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ.

[5] (1) 整式

$$x^2 + 5x - y^2 - 5y$$

を因数分解せよ.

(2) 2つの方程式

$$x^2 + 5x - y^2 - 5y = 0, \quad x^3 + x^2 + 2xy + 3y + 1 = 0$$

を同時にみたす実数の組 (x, y) をすべて求めよ.

[6] (1) 不等式

$$y^2 \geq (\log_2 x)^2$$

をみたす点 (x, y) 全体の集合を, その境界と座標軸との交点の座標も書き入れて, 座標平面上に図示せよ.

(2) 集合

$$S = \{ \log_2 x \mid x \text{ は } (\log_2 x)^2 > 100x^2 \text{ をみたす実数} \}$$

に属する最大の整数を求めよ.

計 算 用 紙

計 算 用 紙