

1. 実数 x, y に対して, 等式

$$x^2 + y^2 = x + y \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える. $t = x + y$ とおく. 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) ①の等式が表す xy 平面上の図形を図示せよ.
- (2) x と y が①の等式をみたすとき, t のとりうる値の範囲を求めよ.
- (3) x と y が①の等式をみたすとする.

$$F = x^3 + y^3 - x^2y - xy^2$$

を t を用いた式で表せ. また, F のとりうる値の最大値と最小値を求めよ.

2. xy 平面上に相異なる 4 点 A, B, C, D があり, 線分 AC と BD は原点 O で交わっている. 点 A の座標は (1, 2) で, 線分 OA と OD の長さは等しく, 四角形 ABCD は円に内接している. $\angle AOD = \theta$ とおき, 点 C の x 座標を a , 四角形 ABCD の面積を S とする. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) 線分 OC の長さを a を用いた式で表せ. また, 線分 OB と OC の長さは等しいことを示せ.
- (2) S を a と θ を用いた式で表せ.
- (3) $\theta = \frac{\pi}{6}$ とし, $20 \leq S \leq 40$ とするとき, a のとりうる値の最大値を求めよ.

- 3.** 袋の中に0から4までの数字のうち1つが書かれたカードが1枚ずつ合計5枚入っている. 4つの数0, 3, 6, 9をマジックナンバーと呼ぶことにする. 次のようなルールをもつ, 1人で行うゲームを考える.

[ルール] 袋から無作為に1枚ずつカードを取り出していく. ただし, 一度取り出したカードは袋に戻さないものとする. 取り出したカードの数字の合計がマジックナンバーになったとき, その時点で負けとし, それ以降はカードを取り出さない. 途中で負けとなることなく, すべてのカードを取り出せたとき, 勝ちとする.

以下の問に答えよ. (配点25点)

- (1) 2枚のカードを取り出したところで負けとなる確率を求めよ.
- (2) 3枚のカードを取り出したところで負けとなる確率を求めよ.
- (3) このゲームで勝つ確率を求めよ.