物　　　理　（3 問題　100 点）

物理問題　I

次の文を読んで，$\boxed{\quad\quad}$ に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$\boxed{\boxed{\quad\quad}}$ はすでに $\boxed{\quad\quad}$ で与えられたものと同じものを表す。また，**問 1**，**問 2** については，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図 1 に示すように，十分に広いフロントガラス面上を面に沿って回転せずに水平方向(**図 1** の矢印⇨の方向)に移動する質量 M のワイパーに関して，以下の問いに答えよ。

フロントガラスは平面で，水平面と角度 β をなすものとする。ワイパーは，重力に加えてフロントガラス面に対して垂直方向に F_p の力を受け，フロントガラス面に押しつけられている。ワイパーは，時刻 0 に位置 A における静止状態から矢印⇨の方向に動き始め，時間とともに速度を増し，時刻 t_1 において速度 v_1 となった後，一定速度 v_1 で運動を続ける。時刻 t_2 より速度を減じ，しばらくして停止する。ワイパーとフロントガラスとの間の静止摩擦係数および動摩擦係数をそれぞれ μ，μ' ($\mu > \mu'$)，重力の加速度を g とし，水膜の有無による摩擦係数の違いおよび空気の抵抗は無いものとする。

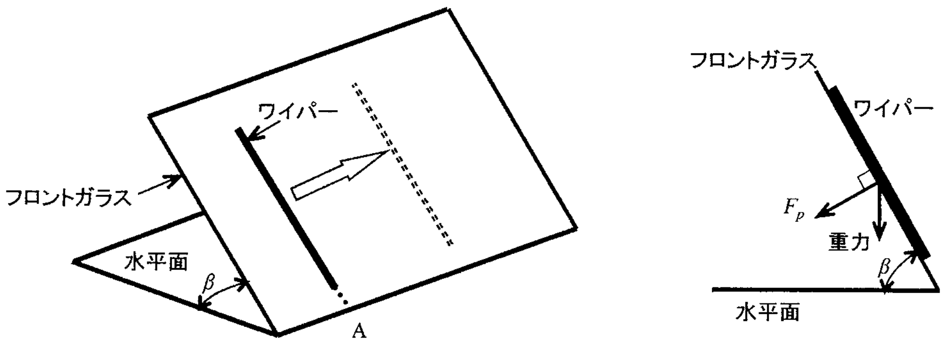

図 1

（1） まず，水膜が無い状況でワイパーを動かした場合について考える。

（1―1） 時刻 0 から t_1 の間にワイパーに一定の力を水平方向(**図 1** の矢印⇨の方向)に加えたところ，時刻 0 から t_1 の間にワイパーの速度は 0 から v_1 まで増加した。このとき，ワイパーの加速度は $\boxed{\text{ア}}$ となり，加えた力は $\boxed{\text{イ}}$ で与えられる。時刻 0 から t_1 の間にワイパーを動かすのに要した仕事は $\boxed{\text{ウ}}$ となる。ワイパーの速度は時刻 t_1 に v_1 に達し，その後 t_1 から t_2 の間は一定値 v_1 となるように力が加えられる。時刻 t_2 からワイパーに加えていた水平方向の力を 0 としたところ，ワイパーは距離 $\boxed{\text{エ}}$ 進み，時刻 $\boxed{\text{オ}}$ に停止した。

（1―2） 時刻 0 から t_1' と時刻 t_1' から t_1 の間で，それぞれ一定の加速度が得られるように，ワイパーに種々の水平方向の力を加えた。その結果，**図 2** の折線 a，b，c，d の動きは実現したが，時刻 t_1' における速度が v_1' より小なる動きは実現しなかった。

問 1 折線 d の時刻 0 から t_1' の間の傾き v_1'/t_1' が満たすべき条件を，その導出過程とともに示せ。

問 2 時刻 t_1 にて速度 v_1 が実現する**図 2** の運動 a，b，c，d の中で，時刻 0 から t_1 までに水平方向の力のワイパーにする仕事が最小となる運動を選ぶとともに，最小となる理由を記せ。

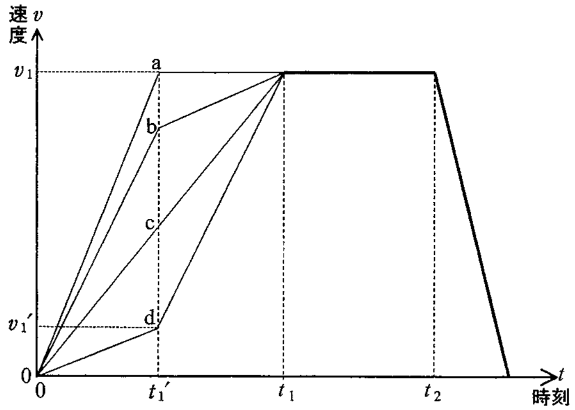

図 2

（2） 次に，フロントガラス面上に降雨があり，雨が止んだ後にフロントガラス面上に一様な厚さの水膜が形成された場合について考える。

水膜の厚さは薄く，重力により落下しないものとする。ワイパーは位置Aから動き始め，**図2**の直線cに従い，通過した領域の雨水を全て集めながら水平方向(**図1**の矢印⇨の方向)に進む。ワイパーにより集められた雨水はワイパーと一体となって動き，付着した雨水の質量だけワイパーの質量が増加した状態と同じとみなされるものとする。ワイパーが単位長さ進むと，ワイパーには質量nの雨水が付着する。また，ワイパーに付着していない水膜は静止しており，ワイパーの運動に影響を与えないものとする。

時刻0から$t(0 < t < t_1)$の間にワイパーが通過する距離をsとすると，ワイパーが集める雨水の質量はnsとなるので，時刻tにおいてワイパーに加えるべき水平方向の力は $\boxed{\text{カ}}$ となる。

時刻t_1からt_2までは一定速度v_1で運動をする。このとき，時刻$t(t_1 < t < t_2)$において加えるべき水平方向の力を求める。時刻tにおけるワイパーと雨水を合わせた質量と速度は，時刻t_1における付着水量をm_1で表すと，それぞれ$[M + m_1 + nv_1(t - t_1)]$および$v_1$となり，$\Delta t$時間後の時刻$(t + \Delta t)$におけるワイパーと雨水を合わせた運動量の増加は， $\boxed{\text{キ}}$ $\times \Delta t$となる。ワイパーに作用する水平方向の合力は $\boxed{\text{キ}}$ で一定となり，時刻tにおいて加えるべき水平方向の力は $\boxed{\text{ク}}$ となる。

物理問題　Ⅱ

次の文を読んで，$\boxed{}$ に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$\boxed{\boxed{}}$ はすでに $\boxed{}$ で与えられたものと同じものを表す。また，**問1**では指示にしたがって，解答を解答欄に記入せよ。

図1のように長方形の導線 ABCD からなるコイル1と，正方形の導線 EFGH からなるコイル2が xy 平面内に置かれている。コイル2の中心は原点 O にあり，導線 FG と EH は x 軸に平行，導線 EF と GH は y 軸に平行な直線で，長さはいずれも $2b$ である。コイル2の電気抵抗は R である。コイル1の中心は x 軸上の位置 $(L,\ 0)$ にあり，導線 AB と CD の間隔は $2a$ でそれぞれ $x = L - a$ と $x = L + a$ の y 軸に平行な直線である。2つのコイルは重ならない $(L > a + b)$ とする。コイル1の導線 AB と CD の長さは，コイル1の幅 $2a$ やコイル2の一辺 $2b$，および，コイル1とコイル2の中心間の距離 L に比べて十分大きい。したがって，x 軸の近くでは，導線 AD と BC に流れる電流がつくる磁界(磁場)の強さは，導線 AB や CD に流れる電流がつくる磁界に比べて十分小さく，無視できる。また，x 軸の近くでは，導線 AB や CD に流れる電流がつくる磁界は，無限に長い直線電流がつくる磁界とすることができる。これらのコイルは真空中に置かれており，真空の透磁率を μ_0 とする。

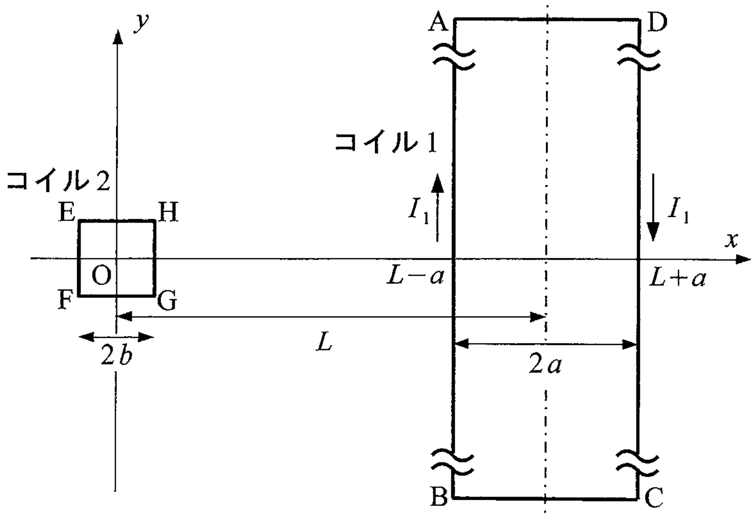

図1

（1） まず，コイル1のADCBの向きに電流I_1を流したときにできる磁界について考えよう。導線ABに流れる電流I_1がx軸の近くの位置$(x,\ y)$（ただし，$x=L-a$を除く）につくる磁界は，紙面に垂直に裏から表に向かう向きを正として，$\boxed{\text{イ}}$である。x軸の近くの位置$(x,\ y)$（ただし，$x=L\pm a$を除く）にコイル1がつくる磁界は，導線ABとCDの寄与を加えて$\boxed{\text{ロ}}$となる。

（2） コイル1に流れる電流がつくる磁界のもとで，中心が原点にあるコイル2を貫く磁束について考えよう。ただし，以下では，$L-a$はコイル2の一辺$2b$に比べて十分大きいとし，$|x|$や$|y|$が$L-a$に比べて十分小さいような原点付近の位置$(x,\ y)$における磁界を考える。ここで，実数εの絶対値が1に比べて十分小さいときに成立する近似式$\dfrac{1}{1-\varepsilon}\fallingdotseq 1+\varepsilon$を用いると，コイル1のADCBの向きに電流$I_1$を流したとき，導線ABに流れる電流がつくる磁界$\boxed{\boxed{\text{イ}}}$は，$xy$平面内の原点付近の位置$(x,\ y)$では，紙面に垂直に裏から表に向かう向きを正として，$\boxed{\text{ハ}}$と近似できる。この近似を導線CDにも適用すると，コイル1に流れる電流がxy平面内の原点付近につくる磁界は$\boxed{\text{ニ}}$のようにxの1次関数で近似できる。以下でも，bや$|x|$は$L-a$に比べて十分小さく，近似式$\boxed{\boxed{\text{ニ}}}$が成立する範囲内で考える。このとき，コイル2を貫く磁束は，コイル2の中心での磁束密度に，コイル2の面積を乗じた値として計算できるので，$\boxed{\text{ホ}}$となる。コイル1に流れる電流が時間変化するとき，コイル2に誘導起電力が発生する。このとき，コイル1とコイル2からなる回路の相互インダクタンスは$\boxed{\text{ヘ}}$となる。

（3） 次に，コイル1のADCBの向きに流す電流I_1は一定とし，正方形コイル2をx軸に沿って正の向きに一定の速さvで移動させる場合を考えよう。時刻tにおけるコイル2の中心のx座標をvtとする。コイル2の運動は原点付近に限り，2つのコイルは重ならず，また，（2）と同様に，bやvtは$L-a$に比べて十分小さく，近似式$\boxed{\boxed{\text{ニ}}}$が成立するものとする。時刻tにおいて，コイル2を貫く磁束は$\boxed{\text{ト}}$となる。コイル2の電気抵抗の値はRであるから，コイル2に生じる誘導起電力によりコイル2に流れる電流は，EFGHの向きを正と

して $\boxed{\quad チ \quad}$ となる。ただし，コイル 2 の自己インダクタンスは無視できるとする。このとき，単位時間当たりにコイル 2 に発生するジュール熱は $\boxed{\quad リ \quad}$ となる。

問 1　時刻 t において，コイル 1 に流れる電流のつくる磁界からコイル 2 全体が受ける力の大きさと向きを，導出の過程も示して求めよ。

物理問題　Ⅲ

次の文を読んで，$\boxed{}$ に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，**問1**，**問2**については，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

断面積 S の十分に長い両端が開口しているシリンダーを考える。**図1**のように，シリンダーの片方は質量 m のピストンでふさがれており，もう一方は栓を用いて中の気体を封じ込めることができる。この栓とシリンダーの間の最大摩擦力の大きさは F である。シリンダー，栓，ピストンは，いずれも断熱材でできており，これらは熱を通さない。シリンダーの内部には，温度制御装置が組み込まれており，中の気体を加熱または冷却することができる。シリンダー，栓，ピストン，温度制御装置の熱容量は無視できるものとし，温度制御装置の体積は十分に小さく，ピストンの運動を妨げないものとする。また，ピストンとシリンダーの間の摩擦は無視できるものとする。

いま，このシリンダー，栓，ピストンからなる容器の中に 1 mol の単原子分子からなる理想気体が封入されている。以下，外気の圧力を p_0，気体定数を R とする。

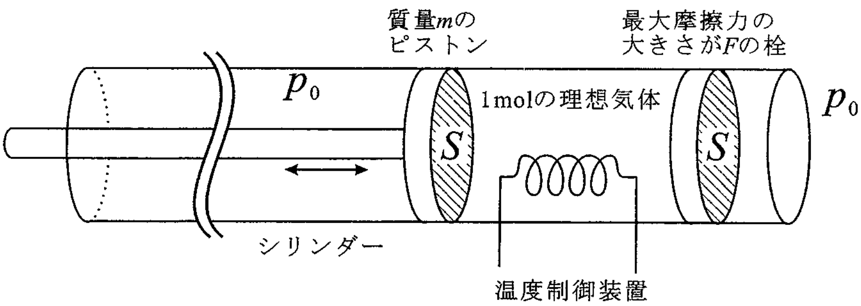

図1

（1－1）　初期状態（状態A）では，容器内部の気体の温度は T_0，圧力は外気と同じ p_0 であった。この状態Aからピストンの位置を固定したまま，温度制御装置で中の気体を加熱していったところ，ある温度で栓が動き始めた。この動き出す直前の状態をBとする。そのときの温度は $\boxed{\text{あ}}$ であり，状態Aから状態Bに変化させるために要した熱量は $\boxed{\text{い}}$ である。

（1－2）　再び状態Aに戻し，容器内の圧力が常に p_0 となるようにピストンの位置を調節しながら温度制御装置で熱を加えたところ，容器内の気体の体積が8倍に

なった(状態C)。状態Aから状態Cまでの気体の内部エネルギーの変化量は $\boxed{\text{う}}$ であり，温度制御装置が与えた熱量は $\boxed{\text{え}}$ である。

以下では，必要ならば，「単原子分子からなる理想気体の断熱変化では，(圧力)×(体積)$^{5/3}$ は一定である」ことを用いよ。

（1－3） 再び状態Aに戻し，今度は温度制御装置は使わず，断熱した状態でピストンを十分にゆっくりと動かし，気体を体積が8倍になるまで膨張させたところ，栓はまだ静止したままの状態であった。この状態をDとすると，その温度は $\boxed{\text{お}}$ であり，AからDへの変化で，容器の中の気体が外にした仕事は $\boxed{\text{か}}$ である。また，栓が動かなかったことから，最大摩擦力 F は $\boxed{\text{き}}$ より大きいことがわかった。

問 1 容器に封入した理想気体を，状態A→C→D→Aの順で十分にゆっくりと変化させる熱機関を考える。ただし，A→C，C→D，D→Aのプロセスは，それぞれ定圧変化，定積変化，断熱変化である。この熱機関1サイクルの状態の変化を，横軸を体積，縦軸を圧力として図示せよ。また，この熱機関の熱効率を導出の過程とともに示し，有効数字2けたで求めよ。

（2） 再び状態Aに戻し，次に温度制御装置を切ったままピストンを静止位置から少し動かして放すと，栓は動かないままピストンは振動を始めた。このとき，ある時刻における圧力を p，ピストンの加速度を a とすると，ピストンの運動方程式は，$ma = \boxed{\text{く}}$ となる。ただし，ピストンの加速度は内部の気体が膨張する向きを正とせよ。ここで，振動中において，容器中の気体の圧力と温度は各瞬間で一様であるとみなせるものとする。

問 2 （2）においてピストンの状態Aの位置からの変位は十分に小さく，振動は単振動であると仮定して振動周期を求めよ。ただし，導出の過程も示せ。ここで必要ならば，絶対値が十分小さな実数 ε($|\varepsilon| \ll 1$)に対し，$(1+\varepsilon)^{\alpha} \fallingdotseq 1+\alpha\varepsilon$ と近似できることを用いてよい。ただし，α は任意の実数である。

物理の問題は，このページで終わりである。