

[ 1 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 

9
---

 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

放物線  $y = x^2$  上の点  $P(t, t^2)$  から直線  $y = x$  へ垂線を引き、交点を  $H$  とする。ただし、 $t > 1$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $H$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線と直線  $y = x$  との交点を  $R$  とするとき、三角形  $PRH$  の面積を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $x \geq 1$  の範囲において、放物線  $y = x^2$  と直線  $y = x$  および線分  $PH$  とで囲まれた図形の面積を  $S_1$  とするとき、 $S_1$  を  $t$  を用いて表せ。
- (4) 放物線  $y = x^2$  と直線  $y = x$  で囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする。 $S_1 = S_2$  であるとき、 $t$  の値を求めよ。

## 〔2〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 10 の定められた場所に記入しなさい。

## 〔問題〕

数列  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  は

$$a_{n+1} = \frac{2a_n}{1-a_n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

をみたしているとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $a_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$  とするとき、 $a_{10}$  および  $a_{11}$  を求めよ。
- (2)  $\tan \frac{\pi}{12}$  の値を求めよ。
- (3)  $a_1 = \tan \frac{\pi}{7}$  とする。 $a_k = a_1$  をみたす 2 以上の自然数  $k$  で最小のものを求めよ。

[ 3 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **11** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

平面上に直角三角形 ABC があり、その斜辺 BC の長さを 2 とする。また、点 O は  $4\vec{OA} - \vec{OB} - \vec{OC} = \vec{0}$  をみたしているとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 辺 BC の中点を M とするとき、点 A は線分 OM の中点となることを示せ。
- (2)  $|\vec{OB}|^2 + |\vec{OC}|^2 = 10$  となることを示せ。
- (3)  $4|\vec{PA}|^2 - |\vec{PB}|^2 - |\vec{PC}|^2 = -4$  をみたす点を P とするとき、 $|\vec{OP}|$  の値を求めよ。

## 〔 4 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 12 の定められた場所に記入しなさい。

## 〔問題〕

1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードがある。その 4 枚のカードを横一列に並べ、以下の操作を考える。

操作：1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 個の球が入っている袋から同時に 2 個の球を取り出す。球に書かれた数字が  $i$  と  $j$  ならば、 $i$  のカードと  $j$  のカードを入れかえる。その後、2 個の球は袋に戻す。

初めにカードを左から順に 1, 2, 3, 4 と並べ、上の操作を 2 回繰り返した後のカードについて、以下の問いに答えよ。

- (1) カードが左から順に 1, 2, 3, 4 と並ぶ確率を求めよ。
- (2) カードが左から順に 4, 3, 2, 1 と並ぶ確率を求めよ。
- (3) 左端のカードの数字が 1 になる確率を求めよ。
- (4) 左端のカードの数字の期待値を求めよ。