

物理 問題 I

図1のように、ばね、円盤、おもり、とめ具からなる装置がある。ばねはフックの法則に従い、ばね定数は k で、鉛直方向に伸縮する。ばねの一端は水平な地面に、他端は水平に保たれた厚さが無視できる硬い円盤の中心に固定されている。円盤の中心に質量 m のおもりが載せられており、小さなとめ具で固定されている。なお、このとめ具は遠隔操作でおもりの固定を外すことができる。

ばねの自然長での円盤の中心を原点 O とし、鉛直上向きに y 軸をとる。また、重力は鉛直下向きに作用し、重力加速度を g とする。ばね、円盤、とめ具は質量を無視できる。以下の設問に答えよ。

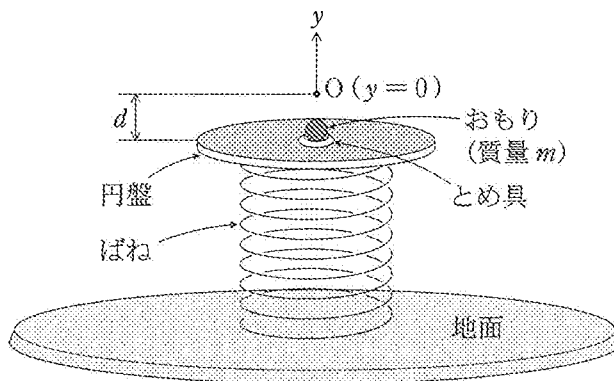


図 1

はじめに、円盤はばねが自然長から d だけ縮んだ位置で静止していた。

設問(1): ばね定数 k を、 m 、 d 、 g の中から適切なものを用いて表せ。

図2のように、点Oから高さ h だけ上方の点を点Pとする。点Pを含む水平面内の、点Pに対して互いに点対称な関係にある2つの位置から、質量 $\frac{m}{2}$ で大きさが無視できる2つの粘土を同時に静かに放した。粘土は自由落下し、おもりやとめ具と触れることなく円盤と完全非弾性衝突をした。その直後から円盤は、粘土、おもりと一体となったまま、水平を保って単振動をした。空気抵抗は無視できる。

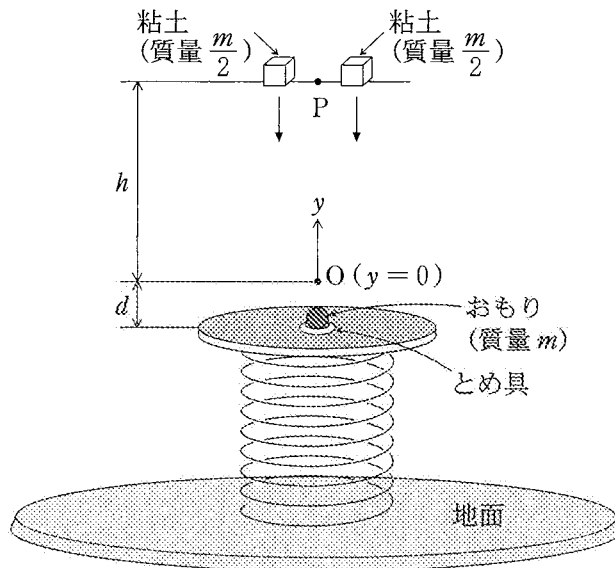


図2

設問(2)：粘土が円盤に衝突した直後の円盤の速さ V_1 を、 m 、 d 、 g 、 h の中から適切なものを用いて表せ。

設問(3)：円盤がおもりと2つの粘土と一体となって単振動をしているときの円盤の座標を y 、上向きの加速度を a とする。円盤、おもり、粘土を一体とみなして、その運動方程式を、 y 、 a 、 m 、 k 、 g 、 h の中から適切なものを用いて記せ。また、単振動の中心位置を示す座標 y_a を、 m 、 d 、 g 、 h の中から適切なものを用いて表せ。

設問(3)の単振動中に、とめ具を遠隔操作し、ばねが最も縮んだ瞬間におもりの固定を外した。その後、ばねが自然長になったとき、円盤からおもりに作用する上向きの力が0になり、おもりは円盤から離れた。

設問(4)：おもりが円盤から離れた直後のおもりの速さ V_2 を、 m 、 d 、 g 、 h の中から適切なものを用いて表せ。

設問(5)：次の文章中の空欄 ～ に入る最も適切な語句または数式を答えよ。ただし、数式の場合は、 m 、 d 、 g 、 h の中から適切なものを用いること。

おもりが円盤から離れた後、おもりと円盤との再衝突を考えないとする
と、円盤は粘土と一体となったまま周期 $T = \text{input type="text" value="(a)"}$ の単振動を続ける。このとき、単振動の中心位置を示す座標は $y_b = \text{input type="text" value="(b)"}$ であり、その振幅は、おもりが円盤から離れる前の円盤の単振動の振幅よりも くなる。

物理 問題Ⅱ

図1のように、一辺の長さ a の正方形の極板 A と極板 B により、平行板コンデンサーを形成した。極板の間隔は $2d$ である。極板 B を接地(アース)し、さらに、極板 A と極板 B の間に抵抗値 R の抵抗を接続した。このとき、両極板に電荷は蓄えられていない。

また、一辺の長さが a の正方形で厚さ d の誘電体がある。誘電体の誘電率は ϵ_1 である。誘電体の上面のみに、電荷 $-Q$ (ただし $Q > 0$) を一様に付着させた。この電荷は誘電体の表面に固定され、移動しない。この誘電体を、図2のように、下面全体が極板 B に接するように挿入した。

この回路全体は真空中に置かれ、真空の誘電率を ϵ_0 とする。また、極板に蓄えられる電荷に関する電場(電界)は、極板に対して垂直であると考えてよい。極板と導線の抵抗は無視できる。以下の設問に答えよ。

設問(1): 次の文章中の空欄 (a) ~ (d) に入る最も適切な語句を答えよ。

図2のように誘電体を挿入したとき、誘電体の上面に存在する負電荷により、極板 A および極板 B に電荷が現れる。この現象を (a) 誘導という。このとき、極板 A に現れる電荷の符号は (b) , 極板 B に現れる電荷の符号は (c) である。極板に現れる電荷は接地から導線を通じて供給されたものである。誘電体の誘電率 ϵ_1 は真空の誘電率 ϵ_0 より大きいので、極板 A に蓄えられる電荷 Q_A の大きさは、極板 B に蓄えられる電荷 Q_B の大きさより (d) 。

設問(2)：図2の回路は、図3に示す回路に置き換えて考えることができる。図3の回路中に示すコンデンサーの電気容量 C_A および C_B を、 ϵ_0 、 ϵ_1 、 a 、 d 、 Q 、 R の中から適切なものを用いて表せ。

設問(3)：誘電体を挿入してから十分に時間が経った後、極板Aに蓄えられている電荷 Q_A 、および極板Bに蓄えられている電荷 Q_B を、 ϵ_0 、 ϵ_1 、 a 、 d 、 Q 、 R の中から適切なものを用いて表せ。

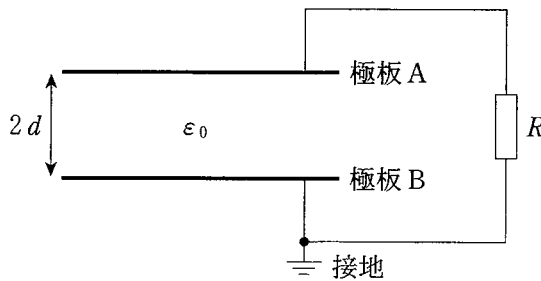


図1

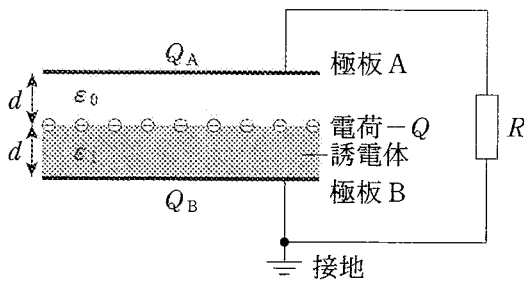


図2

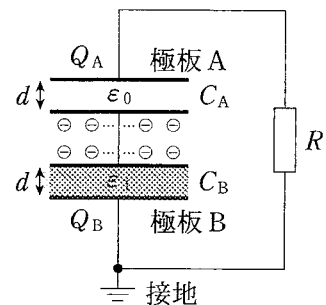


図3

次に、図4に示すように、外力によって極板Aを水平方向に移動させることにより、電流を発生させることを考える。時刻 $t=0$ から $t=T$ の範囲における極板Aの水平方向の変位 x は図5の通りである。設問(3)で求めた Q_A の値を Q_{A0} とし、以下の設問に答えよ。

設問(4)：極板Aに蓄えられている電荷 Q_A は、時間 t とともにどのように変化するか、 $0 \leq t \leq T$ の範囲で概略を解答欄に図示せよ。また、解答欄の図の縦軸に Q_A の最大値と最小値を、 Q_{A0} 、 R 、 T の中から適切なものを用いて記せ。なお、抵抗の両端にかかる電圧は小さく、 Q_A および Q_B に影響を与えないものとする。また、極板Aの移動にともなう電荷の充電および放電は、すみやかに行われるものとする。

設問(5)： Q_A が変化すると電流 I が発生する。時間 t とともに I はどのように変化するか、 $0 \leq t \leq T$ の範囲で概略を解答欄に図示せよ。また、解答欄の図の縦軸に I の最大値と最小値を、 Q_{A0} 、 R 、 T の中から適切なものを用いて記せ。なお、 I は図4に示す矢印の向きを正とする。

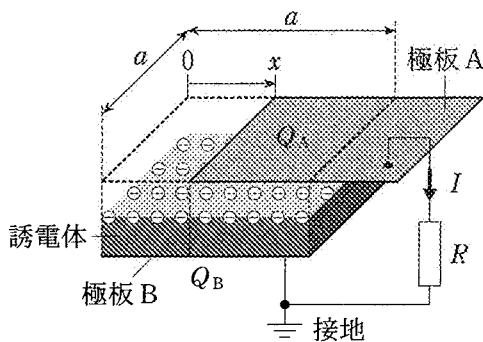


図4

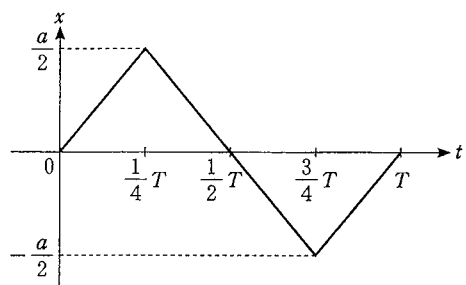


図5

物理 問題Ⅲ

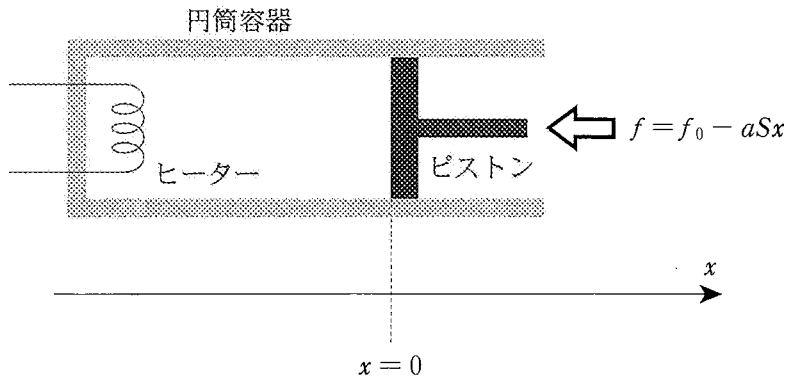


図 1

図1のように、一端がピストン(断面積 S)になった円筒容器の中に、 n モルの単原子分子理想気体が入っている。容器は真空中に固定されている。ピストンは摩擦なく動く。容器の軸に平行に x 軸を取り、ピストンの位置をその左端の x 座標で表す。容器とピストンは熱を通さない。容器内にはヒーターが取り付けられており、ここから容器内に熱を加えることができる。容器内の気体は温度、圧力が場所によらず同じである。気体定数を R とする。

ピストンには外部から左向きに力 f が加えられており、その力はピストンの位置によって変化する。ピストンの位置が x であるとき、力 f は左向きを正として

$$f = f_0 - aSx$$

である。ここで f_0 、 a は正の定数である。ただし、ピストンの動く範囲は限られており、また、 f は常に正であるとしてよい。

はじめに、気体の圧力、体積、温度はそれぞれ p_0 、 V_0 、 T_0 であり、ピストンは位置 $x = 0$ で静止していた。この状態を「状態 A」と呼ぶ。

ヒーターにより、内部の気体に正の熱量 Q をゆっくりと与えた。熱を加えるにつれて、体積がゆっくりと連続的に増加し、またそれに伴って圧力と温度も定まった。その結果、熱量 Q を得て、気体の体積は V_1 ($V_1 > V_0$)、温度は T_1 となり、また、ピストンの位置は $x = x_1$ となった。この状態を「状態 B」と呼ぶ。

以下の設問に答えよ。

設問(1): 状態 B において, x_1 が V_0 と V_1 を用いて書けることを利用して, 状態 B における気体の圧力 p_1 を, p_0, S, a, V_0, V_1 の中から適切なものを用いて表せ。

設問(2): 状態 A から状態 B までの気体の状態変化の概略を, 圧力 p を縦軸, 体積 V を横軸にとった図(p - V 図)に示すとどのようになるか, 図 2 の(a), (b), (c), (d)から最も適切なものを一つ選べ。ここで, (a)は V 軸に平行な直線, (b)は $pV = \text{一定}$ である曲線, (c)は傾きが負の直線, (d)は $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ である曲線を表す。また, 図中の A, B は状態 A, B をそれぞれ表す。

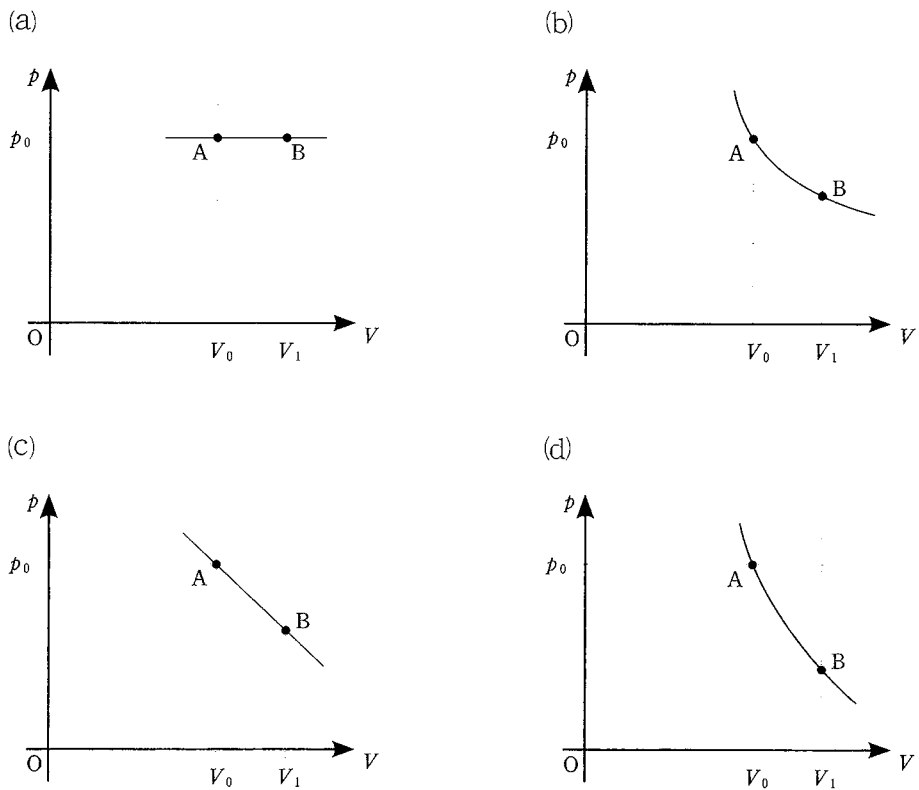


図 2

設問(3)：状態 A から状態 B までの間に、気体がピストンに対してした仕事 W を、 p - V 図を用いて考える。解答欄の図中に状態 B を表す点を明記した上で、 W に対応する面積を表す領域を線で囲み、斜線をつけて示せ。さらに、 W を p_0 , p_1 , V_0 , V_1 の中から適切なものを用いて表せ。

設問(4)：熱量 Q を W , T_0 , T_1 , n , R の中から適切なものを用いて表せ。

次に、状態 B における温度 T_1 と、状態 A における温度 T_0 との大小関係について考える。

設問(5)： T_1 と T_0 の差は

$$T_1 - T_0 = \frac{1}{nR} \left(p_0 - \frac{a}{S} V_1 \right) (V_1 - V_0)$$

となる。この式を導く上で必要となる関係式を明示し、導出の過程を詳しく記せ。

設問(6)： $V_1 - V_0 > 0$ なので、設問(5)の式より、 $V_1 > \frac{S}{a} p_0$ では右辺の値が負になる。すなわち、正の熱量 Q を与えているにもかかわらず、温度が下がり内部エネルギーが減少する。温度が下がる理由を 40 字以内で答えよ。