# 数　学

**次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の $\boxed{\phantom{ア}}$ にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。**

## Ⅰ

〔1〕 放物線 $y = x^2 \cdots$① 上の異なる2点 $(-2,\ 4)$，$(a,\ a^2)$ における接線をそれぞれ②，③とすると，②の方程式は $y = \boxed{ア}$ ，③の方程式は $y = \boxed{イ}$ である。この2直線の交点の座標は $\left(\boxed{ウ},\ \boxed{エ}\right)$ で，放物線①と2直線②，③で囲まれた図形の面積は $\boxed{オ}$ であり，この面積の値が18となるときの定数 $a$ の値は $\boxed{カ}$ である。

ただし，$a > -2$ とする。

〔2〕 1から200までの自然数のうち，4で割ると1余る数の集合をA，7で割ると2余る数の集合をBとする。共通部分 $A \cap B$ の要素で最も小さい数は $\boxed{キ}$ ，最も大きい数は $\boxed{ク}$ である。

$A \cap B$ の要素を小さい数から順に $a_1$，$a_2$，$a_3$，$\cdots$ とおくと，数列 $\{a_n\}$ は公差 $\boxed{ケ}$ ，項数 $\boxed{コ}$ の等差数列であり，一般項は

$a_n = \boxed{サ}\, n + \boxed{シ}$ と表される。また，数列 $\{a_n\}$ の項をすべて加えると $\boxed{ス}$ となる。

〔3〕 平面上で合同な正 $n$ 角形 $m$ 個を，1点の周りに隙間なく敷き詰めることができたとする。このとき，$\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m} = \boxed{セ}$ であり，この式を満たす $(n,\ m)$ の組み合わせは，

$\left(\boxed{ソ},\ \boxed{タ}\right)\left(\boxed{チ},\ \boxed{ツ}\right)\left(\boxed{テ},\ \boxed{ト}\right)$

である。ただし，$\boxed{ソ} < \boxed{チ} < \boxed{テ}$ とする。

Ⅱ

ある企業が原油を $q$ 単位生産するとき，その原油を単価 $p = 4 - aq$ で販売することができる（$a$ は正の定数)。ただし，この企業は原油を1単位生産するのに $c$ の費用を必要とする（ただし，$0 < c < 4$）。

このとき，この企業の利益を $a$，$c$，$q$ を用いて表すと $\boxed{\text{ナ}}$ となる。したがって，利益を最大にする生産量 $q$ は $\boxed{\text{ニ}}$ ，そのときの利益は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

次に，この企業が生産する原油について広告を行うと，単価は $p = 6 - aq$ と変化する。また，広告に必要な費用は生産量に関わらず $e$ である。このとき，利益を最大にする生産量は $\boxed{\text{ネ}}$ に変化する。

この企業が利益を最大化するためには，広告に必要な費用が $e \leqq \boxed{\text{ノ}}$ の場合は広告を行い，反対に $e > \boxed{\text{ノ}}$ の場合は広告を行わないことが求められる。

Ⅲ

平面上に1辺の長さが $a$ の正三角形ABCと点Pがある。
点A，B，C，Pの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{p}$ とするとき，点Pは

$$4\vec{p}=(2+t)\vec{a}+(1+t)\vec{b}+(1-2t)\vec{c}$$

という関係を保って動くものとする（ただし，$t$ は実数）。

〔1〕 $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

〔2〕 線分APと線分BCが平行となるとき，$t$ の値を求めよ。
また，このとき，4点A，B，C，Pが作る台形の面積を求めよ。

〔3〕 点Pが線分AB上にあるとき，$t$ の値を求めよ。また，このとき，点Pは線分ABをどのような比に分けるか。

〔4〕 点Pの軌跡のうち，△ABCの内部にある線分の長さを求めよ。