さくらの個別指導（さくら教育研究所）

# 滋賀医科大学

平成23年度

医学科（前期日程）入学試験問題

# 理　科

| | | |
|---|---|---|
| 物 | 理 | 1ページ～6ページ |
| 化 | 学 | 7ページ～12ページ |
| 生 | 物 | 13ページ～20ページ |

（注　意）

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 20 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 問題は物理，化学，生物のうち 2 科目を選択し，選択した科目の解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 選択しない科目の解答用紙は，試験開始 120 分後に監督者が回収するので，大きく╳印をして机の左側に置くこと。
8. 本学受験票を机の右上に出しておくこと。
9. 試験時間は 150 分である。
10. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

# 物　　理（3問題）

**I**　以下の文章を読み，$\boxed{\phantom{xx}}$に入る適当な式を，｛　｝に入る適当な語句の記号を記入し，各問に答えよ。（配点 33）

図1のように，鉛直方向の一様な磁束密度$B$の磁界中に，$\ell$だけ離れた平行な2本の導線APCおよびEODがあり，一方の端CDは導線でつないである。これらの導線のAPおよびEOは水平であり，PCおよびODは水平面に対し$\theta$の角度をなしている。

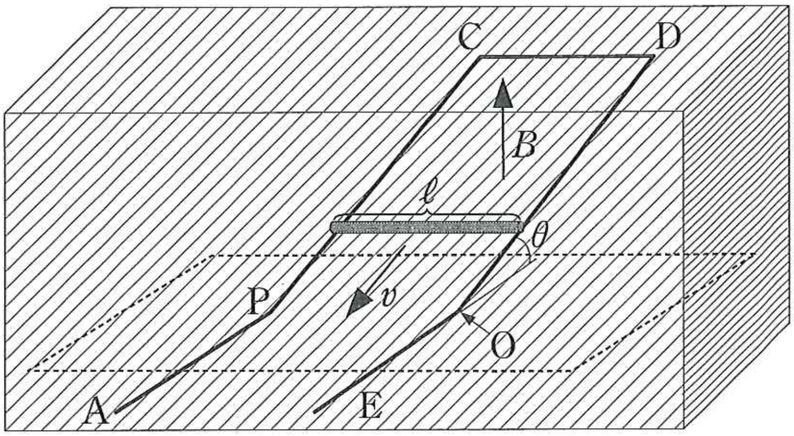


図1

今，この平行導線のPCおよびODの上を質量$m$，長さ$\ell$の導体の棒が，PおよびOに向かって，水平かつ平行導線に直角に動いている。動き始めて十分に時間が経っているので，導体棒の動く速さ$v$は一定である。

導体棒の太さは無視でき，平行導線と導体棒の間には摩擦はないとする。また，平行導線および導線CDの電気抵抗は無視でき，導体棒の電気抵抗は$R$であるとする。このとき，導体棒に流れる電流の大きさ$I$を$v$を用いて表すと，$I=\boxed{①}$となり，その向きは，図1において｛② ア．右　イ．左｝方向である。電流$I$が流れることにより，導体棒にはたらく磁場による力の大きさ$F_0$は，$v$を用いて表すと，$F_0=\boxed{③}$となる。

問 1　重力加速度の大きさを$g$として，導体棒にはたらく磁場による力と重力について，ODに平行な方向でのつり合いを考えて，$v$を$B$，$m$，$\ell$，$\theta$，$g$および$R$を用いて表せ。

導体棒が平行導線上を距離$L$だけ下降する間に発生するジュール熱$W_H$を$v$を用いて表すと，$W_H=\boxed{④}$となり，これに問1の$v$を代入すると，$W_H$はこの間に失われた導体棒の重力による位置エネルギーと比べて｛⑤ ア．大きい　イ．等しい　ウ．小さい｝。

導体棒はOに達すると，その速さが変化することなく向きを水平方向に変えて動き始めた。そして十分な時間が経過したのち，一定の距離$S$だけ動いたところで停止した。導体棒がOを過ぎた後の運動を考えるため，図2のように，$N$を大きな正の整数として，Oから距離$S$の範囲を$N$

個の領域に細かく分割する。一つの領域の厚みを$d=\dfrac{S}{N}$とし，この短い領域に順に1から番号を付ける。一つの領域内を導体棒が通過するとき，導体棒に流れる電流および導体棒の速度は一定としてよいとする。

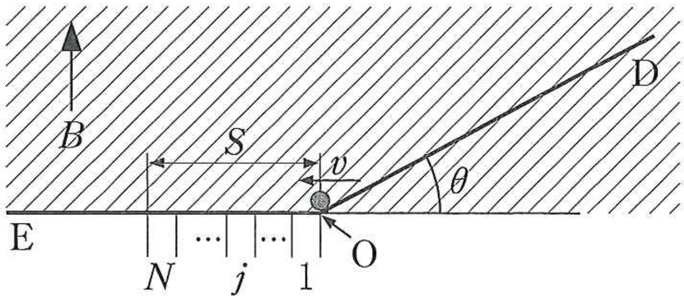


図2

$j$番目の領域での速度を$v_j$とすると，この領域にいる間に導体棒が磁場から受ける力による力積$f_j$は$d$を用いて$f_j=$ ⑥ のように表される。この力積によって$j$番目の領域を出て$j+1$番目の領域に入る際に導体棒の速度が変化すると考えると，$j$番目と$j+1$番目の領域での導体棒の速度の差$v_{j+1}-v_j$は，$d$を用いて近似的に$v_{j+1}-v_j=$ ⑦ と表される。この漸化式から$v_j$を$v_1$および$S$を用いて表すと，$v_j=$ ⑧ となる。ここで$v_1=v$である。$N$番目の領域の端に到達した後の導体棒の速度を$v_{N+1}$とすると，$v_{N+1}=0$が成り立つので，$S$は$v$，$m$，$R$，$B$および$\ell$を用いて$S=$ ⑨ と表される。

問2　$j$番目の領域で発生するジュール熱$W_j$を$v_j$，$B$，$\ell$，$N$，$R$および$S$を用いて表せ。さらに$W_j$を$j$について1から$N$まで足し合わせることにより，導体棒が停止するまでに発生する全ジュール熱と導体棒がOに達したときに持っていた運動エネルギーとが等しいことを示せ。このとき，$N$は非常に大きいため，$\dfrac{1}{N}$の項は無視してもよいとする。また，$1+2+\cdots+N=\dfrac{N(N+1)}{2}$の関係を用いてもよい。

**Ⅱ** 次の文中の各問に答えよ。（配点 34）

2 物体の衝突のいくつかの例について考える。

(a) 図 1 に示すように，質量 $m$ の物体 A と質量 $M$ の物体 B は滑らかで水平な同じ直線上を動いて衝突する。衝突前の A と B の速度を $v_1$，$v_2$，衝突後の速度を $v_1'$，$v_2'$ とする。

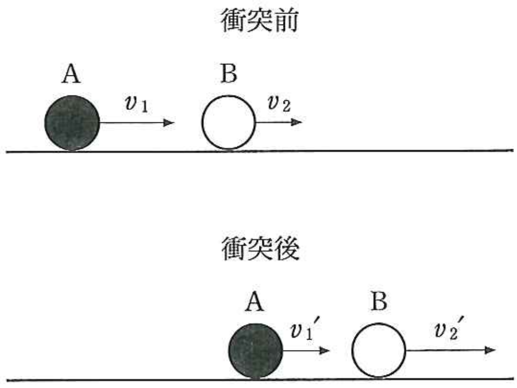

図 1

問 1 A と B は，衝突の際相手の物体から力積を受けても，2 つの物体の運動量の和は一定となることを，それぞれの物体に関する運動量と力積の間の関係式を用いて説明せよ。

(b) 図 2 に示すように質量 $m$ の物体 A が，滑らかな水平面($x-y$ 面)上を速度 $\vec{v}$(速さが $v$)で $x$ 軸の正の方向に進み，静止していた質量 $M$ の物体 B に衝突した。衝突後 B は $x$ 軸から角度 $\beta$ の方向へ、A は $x$ 軸から角度 $\alpha$ の方向へそれぞれ速度 $\vec{V}'$，$\vec{v}'$(速さがそれぞれ $V'$，$v'$)で進んだ。

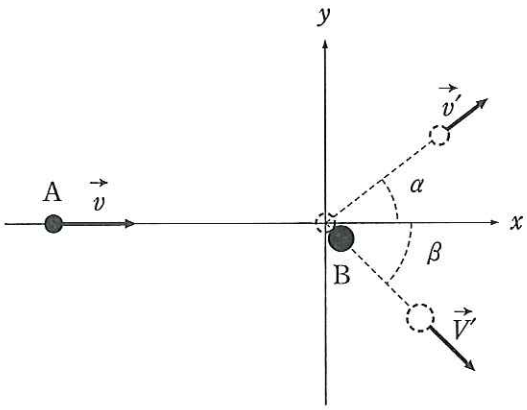

図 2

問 2 (1) A と B の $x$，$y$ 方向に関する運動量の和の保存則を書け。(2) 力学的エネルギーの和が保存される場合に A と B の質量の比 $\dfrac{m}{M}$ が $\alpha$，$\beta$ だけを用いて表せる。その導出過程を記述せよ。(3) (2)の結果を用いて，$\alpha+\beta=90^\circ$ の場合，$M=m$ となることを示せ。(4) A が B から受けた力積の方向を求め，その大きさを $v$ を用いて表せ。

次に，昨年話題になった「はやぶさ」のような宇宙探査機(探査機)における衝突を考える。

(c) 探査機が燃料を噴射して推進力を得る現象は，外力を受けない場合に(a)，(b)と同様運動量が保存されるので，衝突の一種と考えられる。搭載燃料を含めた全質量 $m$ の探査機が，最初静止している。その後，質量 $m_0$ の燃料を探査機から見て一定の相対速度 $v_0$ で，短い時間に噴射することを 3 回くりかえしたとする。(探査機は外力を受けないとし，$m>3\,m_0$ とする)

問 3 $\ell$ 回噴射後の探査機の速さを $V_\ell$ とする。噴射前後で運動量が保存されること，すなわち，噴射前の探査機の運動量は，噴射後の探査機と噴射した燃料の運動量の和と一致することより，$V_\ell$ を $V_{\ell-1}$ $(1\leqq\ell\leqq3)$ を用いて表し $(V_0=0)$，3 回噴射後の探査機の速さを求めよ。導出過程も記述せよ。

(d)　探査機が惑星の近くを通過するときは，惑星と探査機は互いに万有引力をおよぼしあい，探査機の惑星に近づく前の太陽に対する速さに比べて，遠ざかった後の速さを，搭載している燃料を消費しなくても増加させることができる。これも一種の衝突と考えることができる。太陽，惑星，探査機をO，P，Q，2つの物体(惑星と探査機)の重心をCとし，太陽，惑星，探査機の質量を$M_0$，$M$，$m$とする。惑星と探査機の軌道は同じ平面内にあるとし，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{R}$，$|\vec{R}| = R$，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \vec{r}$，$|\vec{r}| = r$，万有引力定数を$G$とする。

問 4　惑星と探査機が接近するのは太陽から遠く離れた場所とすると，$r$は$R$にくらべて十分小さく，惑星と探査機にはたらく太陽によるそれぞれへの万有引力は，それぞれがCの位置にあった場合の引力に等しいとできる。したがって，探査機の受ける太陽からの引力は$-\dfrac{GmM_0\vec{R}}{R^3}$(引力の大きさは$\dfrac{GmM_0}{R^2}$)となる。惑星と探査機の間の引力を考慮して，太陽に対する探査機と惑星の加速度$\vec{a}$，$\vec{b}$を求めよ。

太陽に対するCの加速度は$\dfrac{m\vec{a} + M\vec{b}}{m + M}$となる。これを用いて，Cに対する相対速度と同様に，Cに対する相対加速度を求めることができる。

問 5　問4の結果を用い，Cに対する探査機と惑星のそれぞれの相対加速度を$\vec{r}$，$r$を用いて表せ。導出過程も記述せよ。

問5の結果を用いて，Cにいる観測者から見た惑星と探査機の運動量の和と力学的エネルギーの和は保存されることがわかり，運動エネルギーの和は，両者が十分離れていて相互の引力が無視できる接近前と接近後(衝突の前後)で変化しないことがわかる。運動量の保存則と，$M$は$m$に比べて十分大きいことより，この場合の惑星の運動エネルギーは無視することができる。したがって，Cにいる観測者から見て，探査機が接近前後で図3に示すような軌道を描くとき，接近前の速度$\vec{v}$は$y$軸の正の方向で大きさが$v$とし，接近後の速度を$\vec{v'}$ ($x$，$y$成分は$v'_x$，$v'_y$)とすると，$|\vec{v}| = |\vec{v'}|$となる。$M$は$m$に比べて十分大きいので，CはPに十分近く，太陽に対するCの速度は，太陽に対する惑星の速度$\vec{V}$(向きは$x$軸の負の方向，大きさは$V$で，接近の前後で一定とすることができる)に等しいとできる。

問 6　接近の前後での太陽に対する探査機の運動エネルギーの増加量を求めよ。また，$\vec{v}$と$\vec{V}$が一定のとき，$\vec{v'}$が$\vec{V}$に対してどのような向きであるとき，運動エネルギーの増加量が最大になるかを述べよ。

このように探査機の速度を惑星の引力を利用して変化させることをスイングバイ(フライバイ)と呼ぶ。はやぶさや1977年に打ち上げられた探査機ボイジャーも航行にスイングバイを利用した。

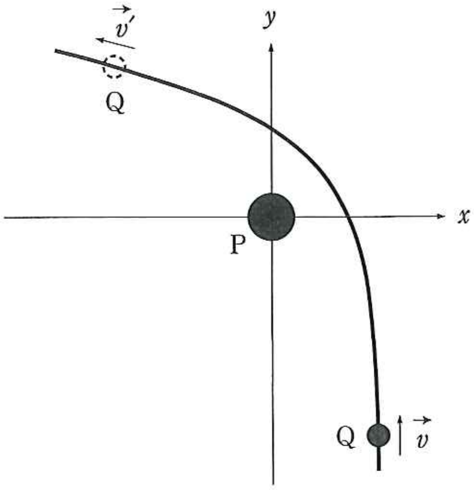


図3

**Ⅲ** 以下の文中の $\boxed{\phantom{xxxx}}$ の中に入る式を，｛　｝に入る適当な語句の記号を記入し，各問に答えよ。問１，問３の解答は導出過程も記述せよ。（配点 33）

摩擦なしで動くピストンにより，内部が２つの領域に仕切られた，図１のような円筒状の容器がある。左右の領域には気体Ａ，Ｂが入っている。Ａは単原子分子の理想気体である。一方，Ｂは絶対温度 $T_{\mathrm{bp}}$ より低い温度では液体となる。簡単のため，$T_{\mathrm{bp}}$ は圧力に依存しない定数とする。Ｂは $T_{\mathrm{bp}}$ で蒸発熱を得て液体から気体となり，$T_{\mathrm{bp}}$ より高い温度では単原子分子の理想気体として振る舞う。容器の壁は断熱材でできている。両側面内の温度調節器は気体の加熱や冷却ができ，温度を一定に保つこともできる。右側面には調圧器のついた細い管状の開口部があり，気体Ｂを放出して圧力を一定に保つこと，液体状態のＢを注入することが可能である。温度調節器の熱容量と開口部の体積は無視できる。２つの領域の全体積は $2V_0$ である。

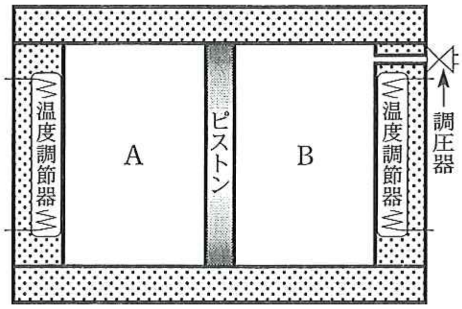


図１

気体Ａ，Ｂに加熱などの操作が加わり，ピストンが移動する過程を考える。操作を切り替える際の，４つの異なる状態を(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)，(Ⅳ)とし，用いる記号を図２に示す。圧力を $P$，体積を $V$，絶対温度を $T$ で表し，添字で各状態やＡ，Ｂを区別する。なおＡのモル数は１モル，Ｂのモル数は(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)では１モル，(Ⅳ)のみ $1-\Delta n_{\mathrm{B}}$ モル（$0<\Delta n_{\mathrm{B}}<1$）である。気体定数は $R$ とする。各状態間の変化の過程は以下のとおりである。特に指示のない限り，開口部は閉じており，２つの領域間での熱や分子の移動は生じないものとする。$T_{\mathrm{B1}}$，$T_{\mathrm{B2}}$，$T_{\mathrm{B3}}$，$T_{\mathrm{B4}}$ はいずれも $T_{\mathrm{bp}}$ より大きい。

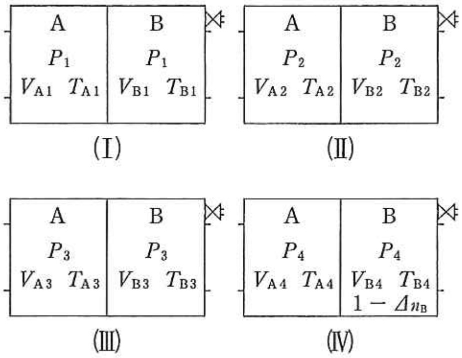


図２

状態(Ⅰ)→(Ⅱ)：(Ⅰ)を長時間放置したところ，長時間ではピストンはごくわずかに熱を伝えるため，ＡとＢの間で熱が移動し，ピストンがゆっくりと移動した。やがてピストンが静止し，(Ⅱ)になった。なお，$T_{\mathrm{A1}}>T_{\mathrm{B1}}$ である。ピストンの熱容量は考えなくてよい。この場合，$T_{\mathrm{A2}}$ と $T_{\mathrm{B2}}$ には $\boxed{\quad①\quad}$ の関係が成り立つ。Ａ，Ｂの内部エネルギーの総和は｛②　ア．増加する　イ．変化しない　ウ．減少する｝。

問１　気体の内部エネルギーを状態方程式を用いて圧力で表すことにより，$P_1$ と $P_2$ の関係を導出せよ。また，$T_{\mathrm{A2}}$ を $V_0$，$V_{\mathrm{A1}}$，$T_{\mathrm{A1}}$ を用いて表せ。

以後の過程では，ピストンは熱を伝えないと考えてよい。

状態(II)→(III)：(II)から始めて，温度調節器を用いてAの温度を一定に保ちつつ，圧力が$P_3$になるまでBを加熱して(III)にした。$V_{A3}$と$V_{A2}$の関係を式にすると$V_{A3} =$ $\boxed{③}$ である。この過程で，Aの内部エネルギーは{④　ア．増加する　イ．変化しない　ウ．減少する}。

状態(III)→(IV)：(III)から始めて，開口部を開き，温度調節器と調圧器を用いてBの温度と圧力を一定に保ちながらAを加熱すると，Bは$\varDelta n_B$モル放出されて(IV)になった。加熱でAに与えられた熱量を$T_{A3}$，$T_{A4}$を用いて表すと $\boxed{⑤}$ となる。$\varDelta n_B$を$V_{B3}$，$V_{B4}$を用いて表すと $\boxed{⑥}$ となる。

状態(IV)→(I)：(IV)において，開口部から液体状態のBを$\varDelta n_B$モル徐々に注入すると，ピストンがゆっくりと移動し，静止して(I)になった。その間注入された液体状態のBは容器に入ってから全て気体となり，元々入っていたBと十分混ざり合っている。液体状態のBを注入する際に容器内のA，Bに対してする仕事は考えなくてよい。また簡単のため，注入時の液体状態のBの温度は$T_{bp}$であったとする。この過程において，Aは断熱変化する。定圧比熱と定積比熱の比を$\gamma$とすると，この場合，$P_{A4} V_{A4}^{\gamma} = P_{A1} V_{A1}^{\gamma}$が成り立つことが知られている。これより，AがBにする仕事を$T_{A4}$，$P_4$，$P_1$で表すと $\boxed{⑦}$ となる。また，容器内の気体の内部エネルギーの総和について，(I)における値から(IV)における値を引いたものを$P_4$，$P_1$，$V_0$を用いて表すと $\boxed{⑧}$ となる。

問 2　(I)，(II)，(III)，(IV)の各状態におけるAの圧力と体積を表す点を解答用紙の所定欄に描け。なお，$P_3 = \dfrac{7}{5} P_2$，$\varDelta n_B = \dfrac{8}{15}$であるとする。(I)，(II)，(III)，(IV)の区別と，$P_1$と$V_0$を1とした場合の圧力と体積の値を明記せよ。なお，単原子分子の理想気体の$\gamma$は$\dfrac{5}{3}$で，累乗の項を取り扱う必要がある場合は，解答欄への記入は累乗のままでよいが，値を見積もるには，$0 < x < 1$，$0 < a < 1$の場合に成り立つ近似式$(1 + x)^a \fallingdotseq 1 + ax$を用いるとよい。

問 3　問⑧のエネルギー差は，温度$T_{bp}$の液体状態のBが，容器内で1モル当り$q$の熱量を得て温度$T_{bp}$の気体に変化することにより生じる。$P_1$を$P_4$，$V_0$，$T_{bp}$，$q$，$\varDelta n_B$を用いて表し，$P_1 < P_4$となる場合に$T_{bp}$と$q$が満たす条件を示せ。次に，$T_{bp} = \dfrac{T_{B4}}{6}$，$q = 9RT_{bp}$が成り立つとして，$P_1$を$P_4$，$V_0$，$V_{B4}$，$\varDelta n_B$を用いて表せ。

本問と似た操作を行う熱機関の例として，18世紀前半にニューコメンが開発した蒸気機関では，水蒸気の入ったシリンダー内に水を注入していた。ニューコメンの蒸気機関を改良したのがワットであり，その成果は産業革命の推進に大いに貢献した。