滋賀医科大学

平成 23 年度

医学科（前期日程）入学試験問題

数　　学

（注　意）

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 2 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
   ただし解答欄が不足する場合は，下書欄（裏面）にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は 120 分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

◇M1（645—1）

平成２３年度
医学科（前期日程）入学試験

数　学

補　足　説　明

２月２５日（金）１０時００分開始

数学

２ページ　$\boxed{3}$　（３）

収束とは、一定の実数に限りなく近づくことである。

※試験終了後は持ち帰ってください。

数　　　学

（各問 50 点）

1 座標平面上に 3 点 O(0, 0)，A(0, 1)，B$\left(x,\ \dfrac{1}{2}\right)$ $(x>0)$を考える。ベクトル

$$t\overrightarrow{\mathrm{OA}}+(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

の長さを最小にする実数 t の値を t_0 とし，点 H を $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=t_0\overrightarrow{\mathrm{OA}}+(1-t_0)\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で定まる点とする。

(1) t_0 を x を用いて表せ。

(2) H が線分 AB を 2 等分するとき，x の値を求めよ。

(3) x を動かすとき，△OAH の面積が最大になる x の値を求めよ。

2 a を正の実数とし，実数 x についての関数 $f(x)=(x^3+ax)e^{-\frac{x^2}{a}}$ を考える。ただし任意の自然数 n に対して $\displaystyle\lim_{t\to\infty}t^ne^{-t}=0$ であることを使ってよい。

(1) $y=f(x)$ のグラフの概形を，極値および変曲点を調べて描け。

(2) $g(x)=\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$ を求めよ。

(3) $f(x)=g(x)$ となる実数 x はいくつあるか。

3 文字x，y，zの任意の整式Aに対して，x，y，zをそれぞれ$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$に置き換えて得られるθの関数を$\tilde{A}(\theta)$で表す。例えば，

$$P=x^5+z^4-xyz \qquad ならば \qquad \tilde{P}(\theta)=\sin^5\theta+\tan^4\theta-\sin\theta\cos\theta\tan\theta,$$

$$P=x^2+y^2,\ Q=1 \qquad ならば \qquad \tilde{P}(\theta)=\sin^2\theta+\cos^2\theta=1=\tilde{Q}(\theta)$$

である。ただしθの関数の定義域は$0\leqq\theta\leqq 2\pi$，$\theta\neq\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2}$とする。

(1) Pをx，y，zの整式とする。$\tilde{P}(\theta)=\tilde{Q}(\theta)$となる$y$，$z$の整式$Q$が存在することを示せ。

(2) Pをx，y，zの整式とする。$\tilde{P}(0)=\tilde{P}(\pi)$ならば，$\tilde{P}(\theta)=\tilde{Q}(\theta)$となる$x$，$z$の整式$Q$が存在することを示せ。

(3) Pをx，y，zの整式とする。$\theta\to\dfrac{\pi}{2}$のとき，および$\theta\to\dfrac{3\pi}{2}$のとき，$\tilde{P}(\theta)$がそれぞれ収束するならば，$\tilde{P}(\theta)=\tilde{Q}(\theta)$となる$x$，$y$の整式$Q$が存在することを示せ。

4 円卓の周りに並べられたn席の座席にm人の人が座るとき，どの二人も隣り合わない確率を$P(n,\ m)$とする。ただし$2\leqq m\leqq\dfrac{n}{2}$とし，どの空席も同じ確率で選ぶものとする。

(1) $P(n,\ 2)$をnを用いて表せ。

(2) $P(n,\ m)$をn，mを用いて表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{m\to\infty}P(m^2,\ m)$を求めよ。

さくらの個別指導（さくら教育研究所）