

1 図に示すように、なめらかな水平面 CC' と傾斜角 30° のなめらかな斜面 BB' を、点 C の鉛直上方 L [m] の位置が点 B となるように設置した。点 B からの距離が L [m] の斜面上の点 A に、大きさの無視できる質量 m [kg] の小物体を置いて静かに放したところ、小物体は斜面をすべり始めた。斜面をすべり終えた小物体は、点 B から空中に飛び出し、点 D で水平面に衝突した。その後、はねかえった小物体は図のように空中の最高点 E を通過後、点 F で水平面に衝突した。重力加速度の大きさを g [m/s^2]、小物体と水平面の間のはねかえり係数を e ($0 < e < 1$) とし、以下の問いに答えよ。なお、小物体が水平面に衝突する際、水平方向には力ははたらかず、衝突前後で小物体の速度 [m/s] の水平成分は変化しないとする。また、空気の抵抗は無視できるものとする。(配点 25%)

問 1 小物体が斜面をすべる間について、斜面方向の小物体の加速度の大きさ [m/s^2] を g を用いて表せ。

問 2 小物体が点 A から点 B へ移動するのにかかる時間 [s] を g , L を用いて表せ。

問 3 点 B で小物体が空中に飛び出すときの速さ [m/s] を g , L を用いて表せ。

問 4 小物体が点 B から点 D へ移動するのにかかる時間 [s] を g , L を用いて表せ。

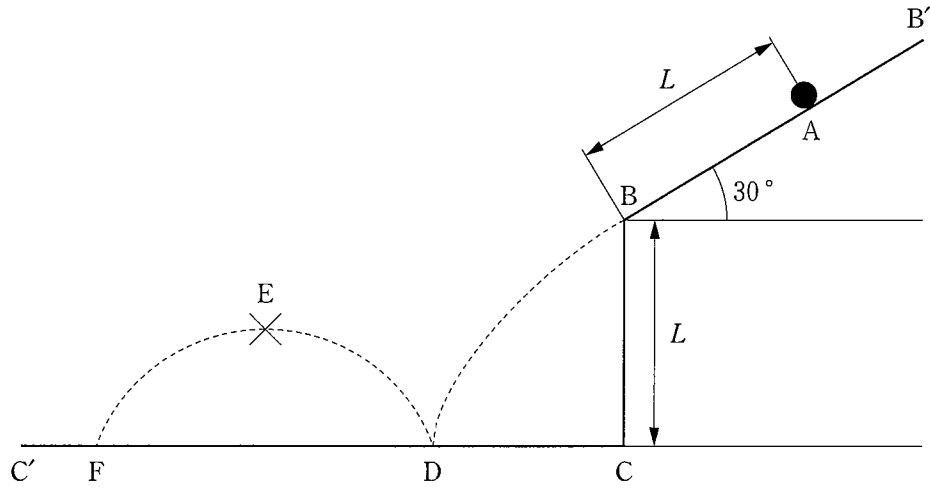
問 5 小物体が点 D から点 E へ移動するのにかかる時間 [s] を e , g , L を用いて表せ。

問 6 点 E の水平面 CC' からの高さ [m] を e , L を用いて表せ。

問 7 点 D と点 F の間の水平距離が $\frac{3}{2}L$ の場合について考える。

(1) e を求めよ。

(2) 点 D での衝突の前の小物体の力学的エネルギーを E_0 [J] とし、点 D での衝突後、点 F に達するまでの小物体の力学的エネルギーを E' [J] とする。点 D での衝突による小物体の力学的エネルギーの変化 $E' - E_0$ を m , g , L を用いて表せ。



図

2 抵抗値 $r[\Omega]$ 、 $R[\Omega]$ の抵抗と抵抗値 $x[\Omega]$ の可変抵抗で構成された回路について考える。以下の問いに答えよ。ただし、アース電位は 0V とする。(配点 25%)

問 1 図 1 の回路の CD 間の合成抵抗 $X[\Omega]$ を r 、 R 、 x を用いて表せ。

問 2 図 1 の回路において、可変抵抗の抵抗値 x が CD 間の合成抵抗 X と等しくなるように x を選んだ。このときの x を r 、 R を用いて表せ。

問 3 図 2 のように、図 1 の回路の CD 間に起電力 $E[\text{V}]$ の電池と抵抗値 R の抵抗 1 を接続した。ただし、可変抵抗の抵抗値 x は問 2 で得た結果に固定するものとする。

(1) 図 2 の回路において、点 C での電位を $V_C[\text{V}]$ 、点 A での電位を $V_A[\text{V}]$ とする。 $\frac{V_C}{E}$ と $\frac{V_A}{E}$ を x 、 R を用いて表せ。

(2) 図 2 の回路において、抵抗 1 を流れる電流の大きさを $I_1[\text{A}]$ 、可変抵抗を流れる電流の大きさを $I_x[\text{A}]$ とする。 $\frac{I_x}{I_1}$ を x 、 R を用いて表せ。

問 4 図 3 のように、図 1 の回路の CD 間に起電力 E の電池、抵抗値 r の抵抗を 2 つ、抵抗値 R の抵抗 1、抵抗 2、抵抗 3 を接続した。ただし、可変抵抗の抵抗値 x は問 2 で得た結果に固定するものとする。また、 $R = 1.00 \times 10^2 \Omega$ 、 $r = 2.00 \times 10^2 \Omega$ とする。

(1) 図 3 の回路において、点 A での電位を $V'_A[\text{V}]$ とする。 $\frac{V'_A}{E}$ の数値を有効数字 3 桁の $\square.\square\square \times 10^\square$ の表記法で表せ。ただし、 10^\square の \square 内に負の値が入る場合は、負の符号も記しておくこと。

(2) 図 3 の回路において、抵抗 1 を流れる電流の大きさを $I'_1[\text{A}]$ 、可変抵抗を流れる電流の大きさを $I'_x[\text{A}]$ とする。 $\frac{I'_x}{I'_1}$ の数値を有効数字 3 桁の $\square.\square\square \times 10^\square$ の表記法で表せ。ただし、 10^\square の \square 内に負の値が入る場合は、負の符号も記しておくこと。

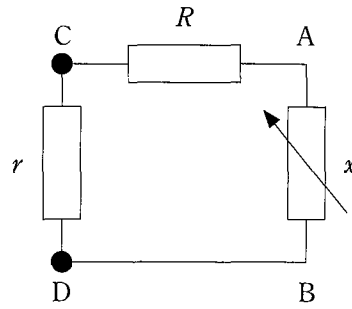


図 1

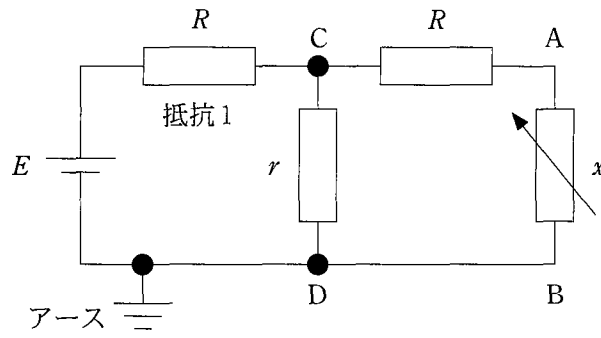


図 2

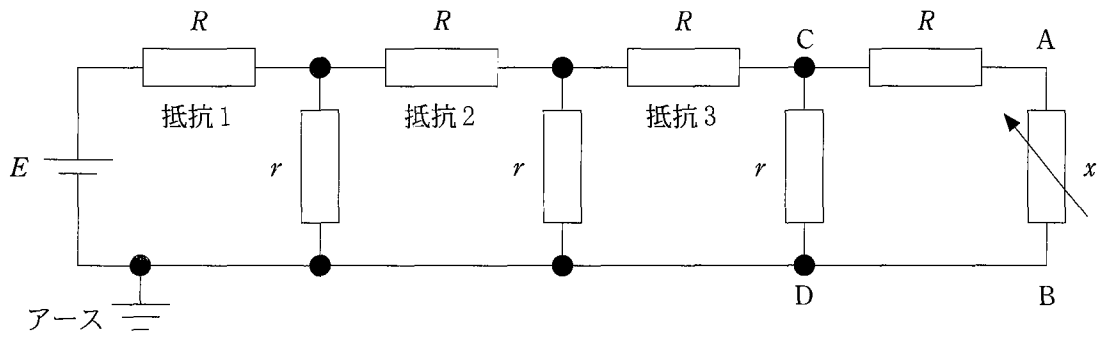


図 3

3 以下の問いに答えよ。(配点 30%)

問 1 次の文章は、単原子分子の理想気体の定積モル比熱 C_V [J/(mol·K)] と定圧モル比熱 C_p [J/(mol·K)] について書かれたものである。文章中の空欄 (ア) から (ケ) に適切な数式または数字を入れよ。ただし、数式は文章中に使われている記号を用いて表すこと。

- (1) 単原子分子理想気体の分子 1 個の平均運動エネルギー [J] は、気体の温度を T [K]、気体定数を R [J/(mol·K)]、アボガドロ定数を N_A [1/mol] とし、 $\frac{3R}{2N_A}T$ で表される。したがって、温度 T での 1 mol の単原子分子理想気体の内部エネルギー [J] は、 T と R を用いて、(ア) となる。

定積変化について考える。1 mol の単原子分子理想気体に対して、体積 [m^3] を一定に保ったまま熱量 Q [J] を加えると、気体の温度は T から $T + \Delta T$ [K] に上昇し、気体の内部エネルギーは U [J] から $U + \Delta U$ [J] に増加した。このときの内部エネルギーの増加分 ΔU は、 ΔT と R を用いると、 $\Delta U =$ (イ) と書ける。また、気体のした仕事 W [J] は、定積変化では $W =$ (ウ) である。これらの結果と熱力学第 1 法則から $Q =$ (エ) ΔT が得られる。したがって、定積モル比熱を C_V とするとき、 $C_V = \frac{Q}{\Delta T} =$ (エ) となる。

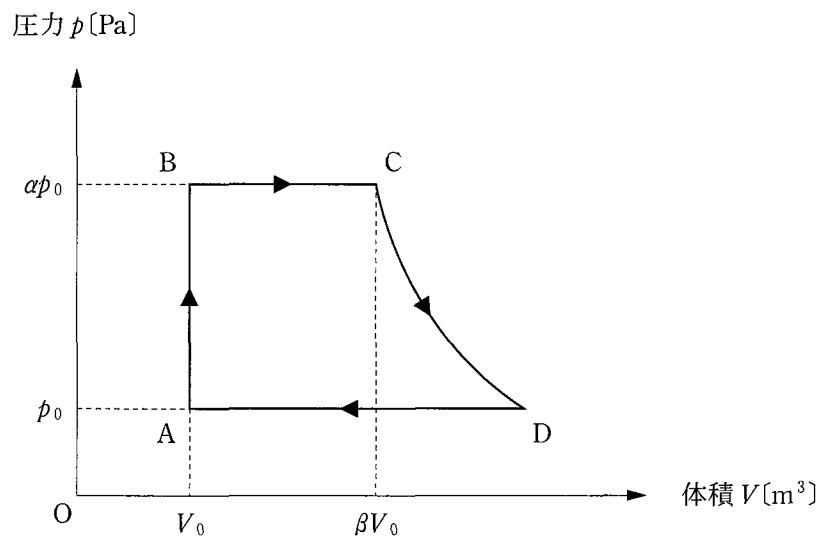
- (2) 1 mol の理想気体の状態方程式は、気体の圧力を p [Pa]、気体の体積を V [m^3]、気体の温度を T 、気体定数を R とするとき、(オ) で表される。

定圧変化について考える。1 mol の単原子分子理想気体に対して、圧力 p [Pa] を一定に保ちながら熱量 Q' [J] を加えると、気体の温度が T から $T + \Delta T$ に上昇し、気体の体積が V から $V + \Delta V$ [m^3] に増加した。このとき、変化前と変化後の状態方程式を用いることで、 $p\Delta V =$ (カ) が得られる。また、この変化で気体のした仕事 W' [J] は $W' =$ (キ) ΔV である。一方、この 1 mol の単原子分子理想気体の内部エネルギーの増加分 $\Delta U'$ [J] は、 ΔT と R を用いると、 $\Delta U' =$ (ク) と表される。これらの結果と熱力学第 1 法則から $Q' =$ (ケ) ΔT が得られる。したがって、定圧モル比熱を C_p とするとき、 $C_p = \frac{Q'}{\Delta T} =$ (ケ) となる。

問 2 1 mol の単原子分子の理想気体の状態を、下記の(i)から(iv)に示すように、状態 A → 状態 B → 状態 C → 状態 D → 状態 A とゆっくりと変化させた。この状態変化を、縦軸が圧力 p 、横軸が体積 V のグラフに描くと図のようになる。なお、気体定数は R とする。

- (i) 状態 A → 状態 B は定積変化である。ただし、状態 A の圧力は p_0 [Pa]、体積は V_0 [m^3] であり、状態 B の圧力は αp_0 [Pa] である。 α は 1 より大きい定数とする。
- (ii) 状態 B → 状態 C は定圧変化である。ただし、状態 C の体積は βV_0 [m^3] である。 β は 1 より大きい定数とする。

- (iii) 状態 C → 状態 D は断熱変化である。ただし、状態 D の圧力は状態 A の圧力と同じである。断熱変化では、圧力 p と体積 V の間に、 $pV^{5/3} = \text{一定}$ という関係が成り立つものとする。
- (iv) 状態 D → 状態 A は定圧変化である。
- (1) 状態 A での温度 [K] を、 p_0 , V_0 , R を用いて表せ。
- (2) (i) の状態 A → 状態 B の変化において気体が吸収した熱量 Q_{AB} [J] を p_0 , V_0 , α を用いて表せ。
- (3) (ii) の状態 B → 状態 C の変化において気体が外部にした仕事 W_{BC} [J] と気体が吸収した熱量 Q_{BC} [J] を p_0 , V_0 , α , β を用いて表せ。
- (4) 状態 D での体積 [m^3] を、 V_0 , α , β を用いて表せ。
- (5) (iii) の状態 C → 状態 D の変化において気体が外部にした仕事 W_{CD} [J] を p_0 , V_0 , α , β を用いて表せ。
- (6) (iv) の状態 D → 状態 A の変化において気体が外部からされた仕事 W'_{DA} [J] と気体が放出した熱量 Q'_{DA} [J] を p_0 , V_0 , α , β を用いて表せ。
- (7) (i) から (iv) で構成される循環過程(サイクル)の熱効率を W_{BC} , W_{CD} , W'_{DA} , Q_{AB} , Q_{BC} を用いて表せ。



図

4 図のように、空気中の水平面に置かれた高さ L [m] の不透明な器に、高さ h [m] の位置まで屈折率 n をもつ透明な液体が入れている。図中の矢印付きの太線は、器の底の点 A から液体表面上の点 D、そして器の端の点 E を通って観測点 F に届く光線の経路を表す。器の底の点 A から出た光線は入射角 θ' [rad] ($0 < \theta' < \pi/2$) で直線的に点 D に入射し、屈折角 θ [rad] ($0 < \theta < \pi/2$) で屈折した後、直線的に点 F へと進む。点 E の鉛直下方の器の底 O から点 A までの水平距離を x [m] とし、点 F と点 D を通る直線と器の底の交点 B までの水平距離を X [m] とする。空気の屈折率は 1、液体の屈折率 n は 1 より大きい定数とする。また、器は厚さの無視できる平板で構成されているものとする。(配点 20 %)

問 1 OB 間の距離 X を L , θ を用いて表せ。

問 2 OA 間の距離 x を L , h , θ , θ' を用いて表せ。

問 3 $\sin \theta'$ を θ , n を用いて表せ。

問 4 以下では、屈折角 $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad, 屈折率 $n = \sqrt{2}$ の場合について考える。記号 θ , n を用いずに解答せよ。

(1) OA 間の距離 x は液体の高さ h によって変化する。 h を $0 \leq h \leq L$ の範囲で変化させたときの x の最大値と最小値を示せ。

(2) 点 A からの光線は、見かけ上、より浅い点 C の位置から来た光線のように見える。ここで点 C は点 A を通る鉛直方向の直線と直線 FB との交点を表す。点 A から点 C までの距離[m] は h の何倍か答えよ。

