

1 図のように、弧 ABC は点 O を中心とする半径 r の円の一部で、水平な床と点 B で接して固定され $\angle AOB = \angle BOC = 60^\circ$ であり、点 A で円の接線方向の上方に伸びた斜面とつながっている。ばね定数 k の質量が無視できるばねがあり、その上端は斜面に固定されていて、下端は自然長のとき点 A の位置にあった。最初、そのばねの下端に質量 m の小球を押しつけ、斜面に沿って自然長から x_0 押し込んで静止させた。次に静かに小球から手を離れたところ、小球はばねに押されて斜面を下がり、点 A でばねから離れ、弧 ABC に沿って動いた後、点 C より飛び出した。点 A でばねから離れた直後の小球の速さは v_1 であった。点 C から水平方向に x_1 離れた場所に水平な台があり、台の端の点 D には質量 M の物体 P が静止している。小球は点 C から飛び出した後、物体 P と衝突して、台の左側の床に落ちた。衝突したときには、小球の速度の鉛直成分は 0 であった。物体 P は小球との衝突により動き出し、台上を滑って水平距離 x_3 の位置で停止した。小球と物体 P との間の反発係数(はねかえり係数)は e ($0 < e < 1$)、物体 P と台との間の動摩擦係数は μ 、重力加速度の大きさは g とする。小球と物体 P の大きさは十分小さく、小球と斜面および弧 ABC との間の摩擦や空気抵抗は、無視できるものとする。また、物体 P と台との間の静止摩擦は考えなくてよいものとする。

以下の問 1～問 5 では、 v_1 、 m 、 M 、 e 、 μ 、 g 、 r のうち必要な記号を用いて答えなさい。

問 1 小球が点 B を通過する瞬間の速さ v_B を求めなさい。

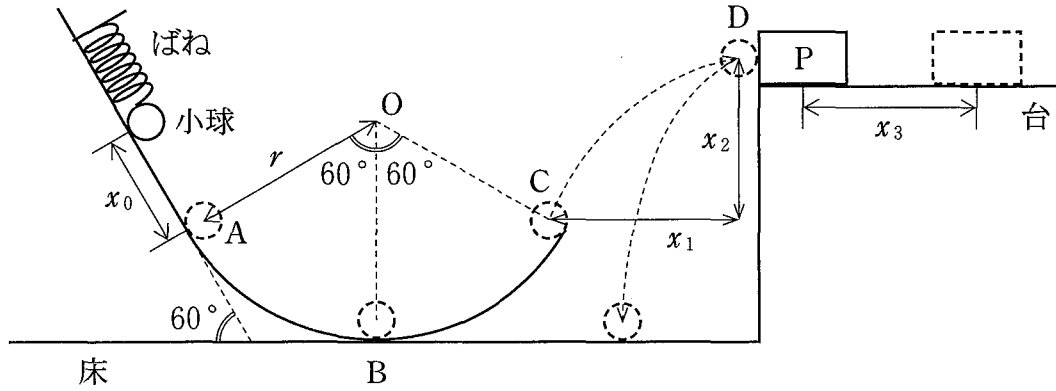
問 2 小球が点 C を飛び出した瞬間の速度 \vec{v}_C の水平成分と鉛直成分の大きさを求めなさい。

問 3 点 C と点 D の間の水平距離 x_1 と高さの差 x_2 を求めなさい。

問 4 小球と衝突した直後の物体 P の速さ V を求めなさい。

問 5 物体 P が小球と衝突した後、停止するまでの距離 x_3 を求めなさい。

問 6 v_1 が $\sqrt{r\left(g + \frac{kr}{3m}\right)}$ に等しいとき、最初に小球を押し込んだ距離 x_0 を、 k, m, g, r のうち必要な記号を用いて答えなさい。



図

2 図のように、床の上に鉛直に取り付けられたばねの上に小球 A を付けて静止させた。その後に、天井から小球 B を糸で吊り下げ、徐々に糸の長さを伸ばして小球 A と丁度接触する長さにして静止させた。このとき、糸の長さは L になった。小球 A と小球 B の質量はともに m で、重力加速度の大きさは g である。ばねの自然の長さは L_0 で、ばね定数は k である。以下の問いに答えなさい。ただし、ばねは鉛直方向にのみ運動し、糸の伸縮はないものとし、ばねの質量、糸の質量、空気抵抗、および小球の大きさは無視できるものとする。以下の問いに、 m 、 g 、 L_0 、 k および問 2 で与える d のうち、必要な記号を用いて答えなさい。

問 1 小球 A が静止しているときのばねの長さ L_1 を求めなさい。

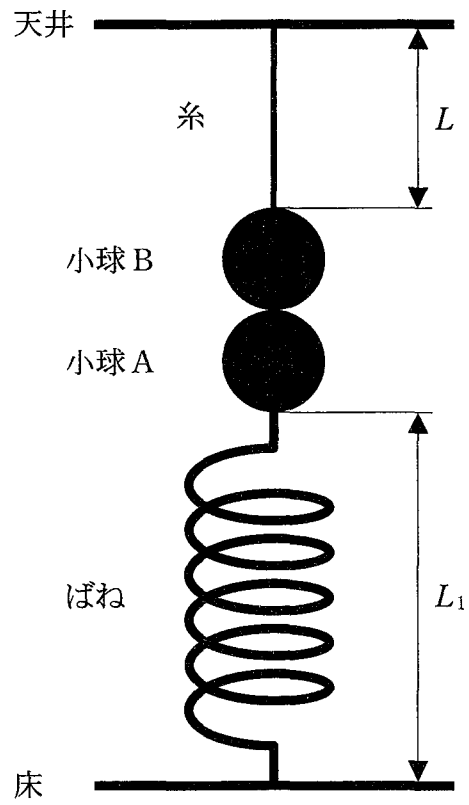
問 2 小球 A を、図の位置から d (ただし、 $d < L$ 、 $d < L_1$) だけ押し下げ静止させ、静かに手を離れたところ、小球 A は上昇して小球 B と衝突した。衝突直前の小球 A の速さ v_0 を求めなさい。

問 3 小球 A と小球 B は完全非弾性衝突して、一体となって上昇した。小球 A と小球 B が一体となった直後の速さ v_1 を求めなさい。

問 4 小球 A と小球 B は一体となったまま、最も高い位置に達した。このときのばねの長さ L_2 を求めなさい。

問 5 最も高い位置に達した後、小球 A と小球 B は一体となったまま下降し、最初に衝突した位置で小球 A と小球 B は離れた。小球 A と小球 B が衝突してから離れるまでの時間 T を求めなさい。ただし、この問いにおいてのみ、 $d = \sqrt{6} \frac{mg}{k}$ が成り立つとして、 d を用いずに答えなさい。

問 6 小球 B と離れた小球 A はさらに下降して、最も低い位置にきた。そのときのばねの長さ L_3 を求めなさい。



図

3 図1は、電圧 V の直流電源、抵抗値 R の抵抗、面積 S の極板 A, B からなる平行板コンデンサー、スイッチ Sw から構成される回路を示している。図1における平行板コンデンサーにおいて、極板間は真空で、極板間の距離を d とし、極板の端における電場(あるいは電界)の乱れは無視できるものとする。真空の誘電率を ϵ_0 とする。また、電位は、図1に示す点 G を基準に測るものとする。

はじめ、極板 A, B には電荷はないとする。次に、スイッチ Sw を閉じた。以下の問いに答えなさい。

問 1 スイッチ Sw を閉じた瞬間に抵抗を流れる電流 I を求めなさい。

問 2 スイッチ Sw を閉じてから十分に時間が経過した後、スイッチ Sw を開いた。平行板コンデンサーの極板間の電場の強さ E_1 と、コンデンサーの電気容量 C_1 を求めなさい。

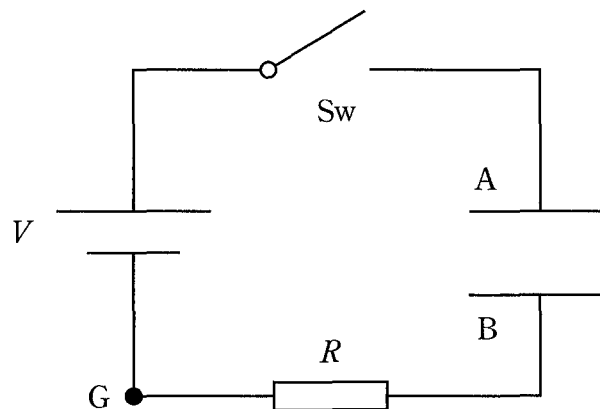


図 1

その後、スイッチ Sw を開いたまま、図2に示すように、平行板コンデンサーの極板 B に完全に接するように、極板と同形で厚さ $\frac{d}{3}$ の誘電体を挿入した。誘電体の比誘電率は 2 とする。以下の問いに答えなさい。

問 3 コンデンサー内部の真空中に生じる電場の強さ E_2 と、誘電体内部の電場の強さ E_3 を求めなさい。

問 4 極板 A に向かって極板 B からの距離 $\frac{d}{3}$ の位置のコンデンサー内部の電位 V_1 と、距離 d の位置の電位 V_2 を求めなさい。また、これらを用いて、横軸を極板 B からの距離、縦軸を電位とするグラフを描きなさい。グラフの縦軸には、電圧 V を用いて適切に目盛りを記入しなさい。特に、距離 $\frac{d}{3}$ 、距離 d の位置での電位を明確に記入しなさい。

問 5 図 2 に示すコンデンサーの電気容量 C_2 を求めなさい。

さらにその後、スイッチ Sw を開いたまま、図 3 に示すように、極板 A を極板 B 側に $\frac{d}{3}$ 移動させた。以下の問いに答えなさい。

問 6 この極板 A の移動によるコンデンサーの静電エネルギーの変化量 ΔU が、正か負か答えなさい。また、そのときの変化量の絶対値 $|\Delta U|$ を求めなさい。

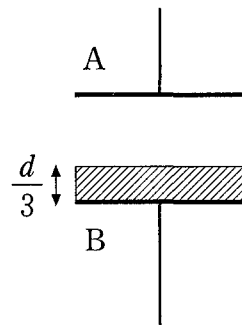


図 2

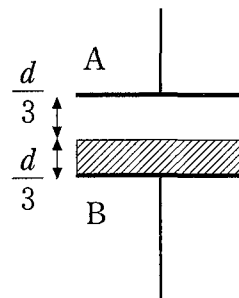


図 3

4 次の文章を読み、以下の問い(問1および問2)に答えなさい。

図1のように $+z$ 方向を向いた磁束密度の大きさが $B_z[\text{T}]$ の一様な磁場の存在する空間がある。この中を電荷 $-e[\text{C}]$ 、質量 $m[\text{kg}]$ の電子が磁場に垂直な平面内で等速円運動をしており、ある時刻で電子の速度 \vec{v} は $(v_1, 0, 0)[\text{m/s}]$ であった。但し、 $B_z > 0$ 、 $e > 0$ 、 $v_1 > 0$ である。この電子の等速円運動の半径は [m]、周期は [s] である。電子の円運動は $+z$ 方向から見て[ウ：時計回り・反時計回り]となる。

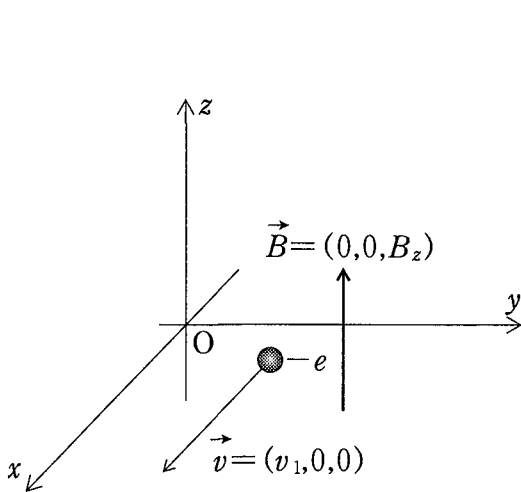


図1

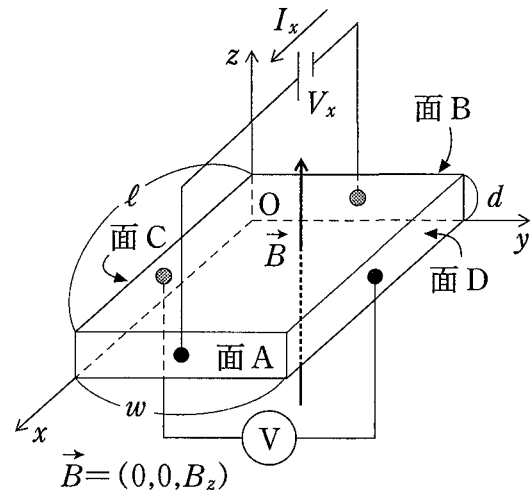


図2

次に図2のような幅 $w[\text{m}]$ 、長さ $l[\text{m}]$ 、厚さ $d[\text{m}]$ の直方体の導体をこの磁場の中に置いたときの、その導体内の自由電子の運動について考える。導体の長さ l は、幅 w および厚さ d に比べて十分長いとする。この面Aと面Bの間に図のような正の電圧 $V_x[\text{V}]$ をかけ、 y 方向の面Cと面Dの対向する点の電圧差 V を図のように電圧計で測定したところ、 $V_y[\text{V}]$ となった。導体内を $-x$ 方向に流れる電流を $I_x[\text{A}]$ とすると、 I_x と V_y の関係は図3のように磁束密度の大きさに依存して変化した。

導体内を流れる電子の単位体積あたりの個数 $n[\text{個}/\text{m}^3]$ は一定として、各電子が x 方向に一定の速さ $v_x[\text{m/s}]$ で移動すると仮定し、 I_x を n 、 v_x を含んだ式で表

すと $I_x =$ [A] となる。 V の大きさが一定値 V_y であるとき、 v_x を用いて V_y を表すと $V_y =$ [V] となる。ここで、 v_x を用いることなく I_x を用いて V_y を表すと $V_y =$ [V] となる。いま、 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ [C]、 $d = 1.0 \times 10^{-6}$ [m]、 $m = 9.1 \times 10^{-31}$ [kg] として、図3のグラフを用いて n を有効数字2桁で求めると、 $n =$ [個/m³] となる。

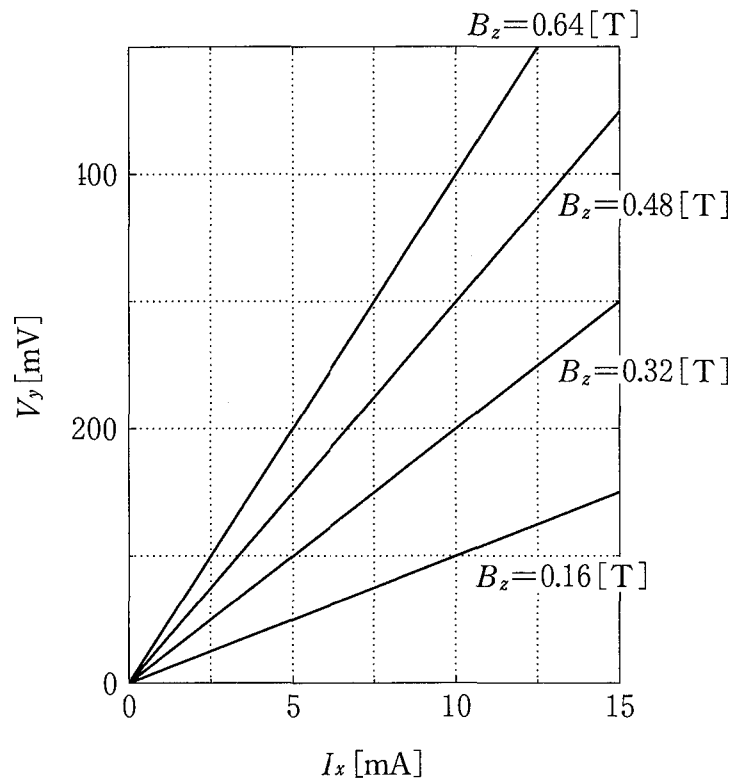


図3

現実の導体中には電子の運動を妨害する粒子が多く存在する。この様子を次のモデルで考える。 $B_z = 0$ [T] のとき電子は $\Delta\tau$ [s] の時間間隔でこの妨害粒子に衝突し、運動量を完全に失って $v_x = 0$ となり、次いで電場により加速され、 $\Delta\tau$ [s] 後に再び妨害粒子と衝突して $v_x = 0$ となる。この過程が導体中で繰り返されるとする。このとき、 $v_x = 0$ となる時刻 $t = 0$ から微小時間 Δt [s] 後(ただし、 $0 \leq \Delta t \leq \Delta\tau$) の速さ v_x は [m/s] となる。 x 方向の平均速度 v_m は、衝突と衝突の間に x 方向に動く距離を $\Delta\tau$ で割って求められ、 [m/s] となる。そして導体の抵抗率 ρ は [Ωm] となる。一般に温度が上昇すると衝突時間 $\Delta\tau$ は減少する。磁場が存在する場合にも上記のモデルが成り立つとすると、 V_x を一定にして V_y を測定したとき、導体の温度上昇によって V_y の値は[サ：大きく・小さく]なることが予測される。ここで V_y の値が温度上昇前と変わらないようにするには、 B_z の大きさを[シ：大きく・小さく]しなければならない。

問 1 , , ~ および ~ にあてはまる適切な文字式を、 にあてはまる適切な数値を答えなさい。また、[ウ：時計回り・反時計回り], [サ：大きく・小さく]および[シ：大きく・小さく]では、2つの語のうち適切なものを選びなさい。

問 2 下線部の現象に関して、どのようにして V_y の値が決まるかを、電子にはたらく力のつり合いや面 C と面 D の電位の関係を含めて 80~120 字で述べなさい。

- 5 図1のように断面積 S の円筒状の容器を鉛直に立てて水平面上に置く。容器中には質量 m のピストンがあり、なめらかに動くことができるものとする。容器内には物質量 n モルの理想気体が封入されている。外圧は一定で p_0 、重力加速度を g とする。容器内の気体と外部との熱のやりとりはないものとする。

問 1 ピストンは容器の底面からピストン下面までの高さが h の位置でつり合い、静止している。以下の問いに答えなさい。

- (1) 容器内の圧力 p_1 を p_0 , m , g , S を用いて表しなさい。
- (2) 容器内の気体の温度 T_1 を p_1 , S , h , n と気体定数 R を用いて表しなさい。

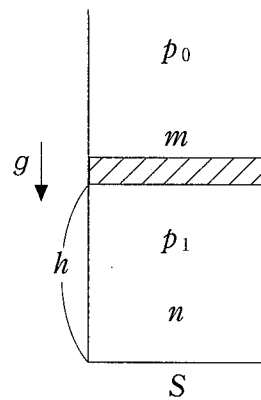


図1

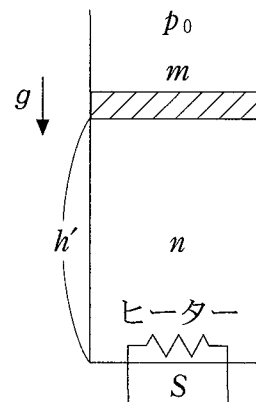


図2

問 2 図 2 のように前問の容器内にヒーターを入れて加熱したところ、ピストン下面までの高さが h' になった。気体の定積モル比熱を C_v とするとき、以下の問いに答えなさい。ヒーターの体積は無視できるものとする。

- (1) 加熱後の容器内の温度 T_1' を p_1 , S , h' , n , R を用いて表しなさい。
- (2) 加熱前と加熱後の間の内部エネルギーの増分 ΔU を C_v , n , T_1' , T_1 を用いて表しなさい。
- (3) 加熱前と加熱後の間に容器内の気体が外部にした仕事 W を p_1 , S , h , h' を用いて表しなさい。
- (4) 気体がした仕事 W と加えた熱量 Q の比の値 $\frac{W}{Q}$ を C_v , R を用いて表しなさい。

- 6 図1のように断面積 S の円筒状の容器を鉛直に立てて水平面上に置く。容器中には質量 m のピストンがあり、なめらかに動くことができるものとする。容器内には物質量 n モルの理想気体が封入されている。外圧は一定で p_0 、重力加速度を g とする。容器内の気体と外部との熱のやりとりはないものとする。

問 1 ピストンは容器の底面からピストン下面までの高さが h の位置でつり合い、静止している。以下の問いに答えなさい。

- (1) 容器内の圧力 p_1 を p_0 , m , g , S を用いて表しなさい。
- (2) 容器内の気体の温度 T_1 を p_1 , S , h , n と気体定数 R を用いて表しなさい。

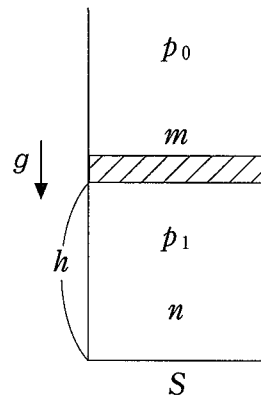


図1

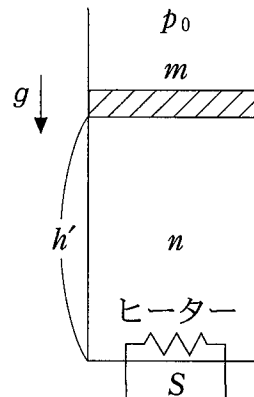


図2

問 2 図 2 のように前問の容器内にヒーターを入れて加熱したところ、ピストン下面までの高さが h' になった。気体の定積モル比熱を C_v とするとき、以下の問いに答えなさい。ヒーターの体積は無視できるものとする。

- (1) 加熱後の容器内の温度 T_1' を p_1 , S , h' , n , R を用いて表しなさい。
- (2) 加熱前と加熱後の間の内部エネルギーの増分 ΔU を C_v , n , T_1' , T_1 を用いて表しなさい。
- (3) 加熱前と加熱後の間に容器内の気体が外部にした仕事 W を p_1 , S , h , h' を用いて表しなさい。
- (4) 気体がした仕事 W と加えた熱量 Q の比の値 $\frac{W}{Q}$ を C_v , R を用いて表しなさい。

問 3 図3のように、断面積 S が一定で高さ ℓ の容器内に圧力 p_0 、温度 T_1 の n モルの理想気体を封入し、バルブを閉じた状態で図1の容器に連結した。ふたつの容器内の気体は同一種類であるとする。また、連結部の体積は無視できるものとする。バルブを静かに開いたところ、ピストンはゆっくりと降下し、容器の底面からピストン下面までの高さが h_2 となったところで静止した。このとき、ピストンは容器の底面には接触していないものとする。以下の問いに答えなさい。

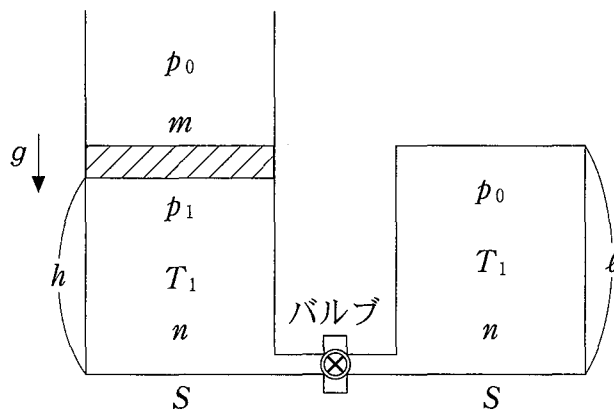


図3

- (1) ピストンが静止したときの容器内の温度 T_2 を p_1 , S , h_2 , ℓ , n , R を用いて表しなさい。
- (2) h_2 を h , ℓ , C_v , R を用いて表しなさい。

問 4 前問でピストンが静止した後、バルブを閉じた。このときの左容器内の圧力を p_2 、左容器内の物質量を n_2 モルとする。この状態でピストンに微小な変位 Δh を与え静かにはなしたところ、単振動した。ピストンを押し下げる場合、 $\Delta h < 0$ である。以下の問いに答えなさい。

- (1) ピストンをつり合いの位置から微小量 Δh だけ変位させる間に左容器内の気体をした仕事を ΔW 、この間の左容器内の気体の温度変化を ΔT_2 とする。 ΔT_2 を n_2 、 C_V 、 ΔW を用いて表しなさい。
- (2) 左容器内の圧力の変化 Δp を R 、 C_V 、 p_1 、 h_2 、 Δh を用いて表しなさい。 $(p_2 + \Delta p)(h_2 + \Delta h) \doteq p_2 h_2 + h_2 \Delta p + p_2 \Delta h$ と近似できることを使ってよい。
- (3) 単振動の周期 T を m 、 R 、 C_V 、 p_1 、 S 、 h_2 を用いて表しなさい。

- 7 大気中に、図1のように x 軸上に振動数 f_0 の音源 S と観測者 O が存在し、音源 S は x 軸正方向に速さ v で移動している。観測者 O は $x = x_0 (x_0 > 0)$ の位置で静止している。大気中の音速は V で、音源 S の速さ v は音速 V より小さいとする。以下の問いで音源 S は、時刻 $t = 0$ に $x = 0$ の位置にあるとし、時間が経過しても観測者 O の位置にまだ到達していないものとする。

はじめは無風状態で、大気は静止している。

問 1 以下の問いに答えなさい。解答は、 f_0 、 v 、 V および x_0 のうち必要な記号を用いなさい。

- (1) 時刻 $t = 0$ に音源 S が発した音が観測者 O に伝わる時刻 t_1 を求めなさい。
- (2) 時刻 $t = t_1$ における、音源 S と観測者 O の間に存在する音波の波の数
- (3) 時刻 $t = t_1$ において音源 S が発した音が、観測者 O に伝わる時刻 t_2 を
- (4) 観測者 O が聞く音の振動数 f_1 を求めなさい。



図 1

次に、速度 U の風が一様に吹いている場合を考える。ただし、 U は音速 V より小さいとする。音波は大気中を速度 V で伝わる波である。そのために、媒質である大気が移動する場合、音波の伝わる速度は「媒質(大気)中を伝わる速度」と「媒質(大気)の移動する速度」の合成になる。以下の問いに答えなさい。解答は、 f_0 、 v 、 V 、 x_0 および U のうち必要な記号を用いなさい。

問 2 図 2 のように、 x 軸の正方向に速さ U の風が一様に吹いている場合を考える。

- (1) 音源 S から観測者 O に音が伝わる速さを求めなさい。
- (2) 時刻 $t = 0$ に音源 S が発した音が観測者 O に伝わる時刻 t_3 を求めなさい。
- (3) 時刻 $t = t_3$ において音源 S が発した音が、観測者 O に伝わる時刻 t_4 を求めなさい。
- (4) 観測者 O が聞く音の振動数 f_2 を求めなさい。

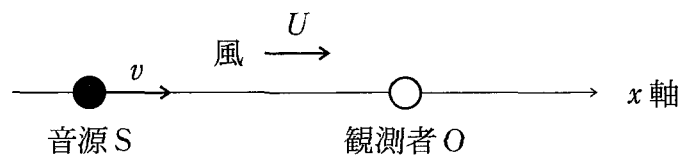


図 2

- 8 大気中に、図1のように x 軸上に振動数 f_0 の音源 S と観測者 O が存在し、音源 S は x 軸正方向に速さ v で移動している。観測者 O は $x = x_0 (x_0 > 0)$ の位置で静止している。大気中の音速は V で、音源 S の速さ v は音速 V より小さいとする。以下の問いで音源 S は、時刻 $t = 0$ に $x = 0$ の位置にあるとし、時間が経過しても観測者 O の位置にまだ到達していないものとする。

はじめは無風状態で、大気は静止している。

問 1 以下の問いに答えなさい。解答は、 f_0 、 v 、 V および x_0 のうち必要な記号を用いなさい。

- (1) 時刻 $t = 0$ に音源 S が発した音が観測者 O に伝わる時刻 t_1 を求めなさい。
- (2) 時刻 $t = t_1$ における、音源 S と観測者 O の間に存在する音波の波の数 n (1 波長分を 1 個とする) を求めなさい。
- (3) 時刻 $t = t_1$ において音源 S が発した音が、観測者 O に伝わる時刻 t_2 を求めなさい。
- (4) 観測者 O が聞く音の振動数 f_1 を求めなさい。



図 1

次に、速度 U の風が一様に吹いている場合を考える。ただし、 U は音速 V より小さいとする。音波は大気中を速度 V で伝わる波である。そのために、媒質である大気が移動する場合、音波の伝わる速度は「媒質(大気)中を伝わる速度」と「媒質(大気)の移動する速度」の合成になる。以下の問いに答えなさい。解答は、特に指定がない問いでは、 f_0 、 v 、 V 、 x_0 および U のうち必要な記号を用いなさい。

問 2 図 2 のように、 x 軸の正方向に速さ U の風が一様に吹いている場合を考える。

- (1) 音源 S から観測者 O に音が伝わる速さを求めなさい。
- (2) 時刻 $t = 0$ に音源 S が発した音が観測者 O に伝わる時刻 t_3 を求めなさい。
- (3) 時刻 $t = t_3$ において音源 S が発した音が、観測者 O に伝わる時刻 t_4 を求めなさい。
- (4) 観測者 O が聞く音の振動数 f_2 を求めなさい。

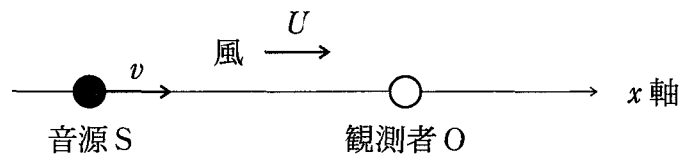


図 2

問 3 図 3 のように、 x 軸と垂直方向に速さ U の風が一様に吹いている場合を考える。

- (1) 時刻 $t = 0$ に音源が発した音波の波面が、時刻 t_f に x 軸を横切る場所の x 座標 x_f を求めなさい。ただし $x_f > 0$ とし、解答には、 t_f も用いてよい。
- (2) 音源 S から観測者 O に音が伝わる速さを求めなさい。
- (3) 観測者 O が聞く音の振動数 f_3 を求めなさい。
- (4) 風の速さ U と音源 S の速さ v が、それぞれ、音速 V の 25%、10% の速さであったとする。このときに観測される音の振動数は、 f_0 から $\Delta f_3 = f_3 - f_0$ だけずれた。 Δf_3 の値は、 f_0 の何%になるか、有効数字 2 桁で答えなさい。必要ならば、 x の絶対値が 1 より十分に小さい場合に成り立つ、 $\sqrt{1+x} \doteq 1 + \frac{1}{2}x$ の近似を用いても良い。

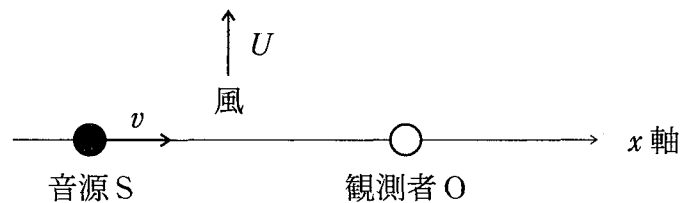


図 3