

問1 次の計算をなさい。

(ア) $2 - (-7)$

(イ) $4 + 2 \times (3 - 7)$

(ウ) $-\frac{2}{7} + \frac{1}{2}$

(エ) $15a^2b \div 5ab$

(オ) $\frac{1}{2}(3x-4) - \frac{1}{6}(9x-7)$

(カ) $\sqrt{32} - \frac{4}{\sqrt{2}}$

(キ) $(x+4)(x-2) - (x-3)^2$

問2 次の問いに答えなさい。

(ア) $(x+4)(x-6) - 11$ を因数分解しなさい。

(イ) 2次方程式 $(x-1)^2 = 15$ を解きなさい。

(ウ) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が1から4まで増加するときの変化の割合が -2 であった。このとき、 a の値を求めなさい。

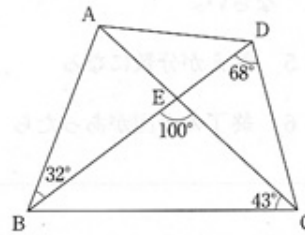
(エ) $x = 1 + \sqrt{3}$, $y = 1 - \sqrt{3}$ のとき、 $x^2 - y^2$ の値を求めなさい。

(オ) 右の図のような四角形 ABCD があり、対角線

AC と対角線 BD との交点を E とする。

$\angle ABD = 32^\circ$, $\angle ACB = 43^\circ$, $\angle BDC = 68^\circ$,

$\angle BEC = 100^\circ$ のとき、 $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。



問3 右の図において、曲線①は関数 $y = x^2$ のグラフであり、曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。ただし、 $a < 0$ とする。

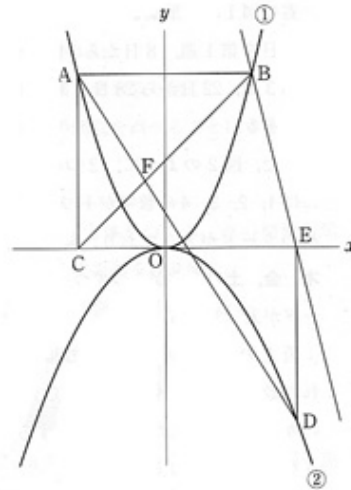
2点A, Bはともに曲線①上の点で、点Aのx座標は-2であり、線分ABはx軸に平行である。点Cはx軸上の点で、線分ACはy軸に平行である。

また、点Dは曲線②上の点で、そのx座標は3である。

さらに、点Eはx軸上の点で、線分DEはy軸に平行であり、 $AC = DE$ である。

原点をOとするとき、次の問いに答えなさい。

- (ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。
- (イ) 直線BEの式を求め、 $y = mx + n$ の形で書きなさい。
- (ウ) 線分ADと線分BCとの交点をFとすると、線分CFと線分FBの長さの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。



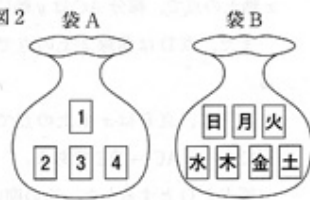
問4 右の図1は、平成23年5月のカレンダーであり、1日から7日を第1週、8日から14日を第2週、15日から21日を第3週、22日から28日を第4週、29日から31日を第5週とする。

図1

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

また、図2のように、2つの袋A、Bがあり、袋Aの中には1、2、3、4の数字が1つずつ書かれた同じ大きさの4枚のカードが入っており、袋Bの中には日、月、火、水、木、金、土の文字が1つずつ書かれた同じ大きさの7枚のカードが入っている。

図2



袋Aの中からカードを1枚取り出し、そのカードに書かれた数を a とし、袋Bの中からカードを1枚取り出し、そのカードに書かれた文字を b とすると、ある商店で次のような割引券をもらえる。

割引券：図1のカレンダーにおいて、第 a 週の b 曜日を初日とする a 日間有効な割引券。

例

袋Aの中から取り出したカードに書かれた数が2、袋Bの中から取り出したカードに書かれた文字が土のとき、 a が2で b が土だから、

第2週の土曜日を初日とする2日間有効な割引券をもらえる。つまり、14日、15日が有効となる割引券をもらえる。

いま、図2の2つの袋A、Bの中からカードをそれぞれ1枚ずつ取り出すとき、次の問いに答えなさい。ただし、それぞれの袋の中から、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

- (ア) 17日が有効となる割引券をもらえる確率を求めなさい。
- (イ) 6の倍数の日が有効となる割引券をもらえる確率を求めなさい。

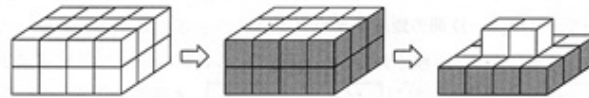
- 問5 1辺が1 cmの白い立方体がたくさんある。これらの立方体をすき間なく2段に積み上げて並べ、縦 n cm、横 $(n+1)$ cm、高さ2 cmの直方体をつくり、その側面を黒くぬる。
- 次に、2段目に積み上げた立方体のうち、黒くぬられた面のある立方体を取り除く。
- このとき、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数を調べることにする。ただし、 n は3以上の整数とする。

例

$n = 3$ のとき、図1のように、縦3 cm、横4 cm、高さ2 cmの直方体をつくり、その側面を黒くぬり、2段目に積み上げた立方体のうち、黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

この結果、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数は14個となる。

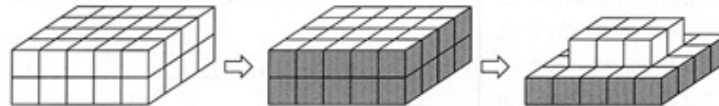
図1



$n = 4$ のとき、図2のように、縦4 cm、横5 cm、高さ2 cmの直方体をつくり、その側面を黒くぬり、2段目に積み上げた立方体のうち、黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

この結果、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数は26個となる。

図2



このとき、次の問いに答えなさい。

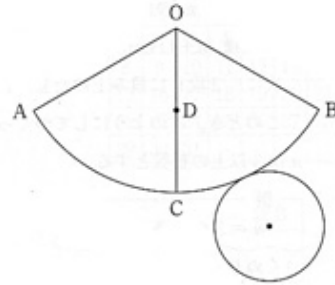
- (ア) $n = 5$ のとき、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数を求めなさい。
- (イ) このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数が222個のとき、 n の値を求めなさい。

問6 右の図は、円すいの展開図であり、側面となるおうぎ形 OAB は半径が $OA = 6\text{ cm}$ で、中心角が $\angle AOB = 120^\circ$ である。

また、点 C は \widehat{AB} 上の点で、 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ であり、点 D は線分 OC の中点である。

このとき、この展開図を組み立ててできる円すいについて、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

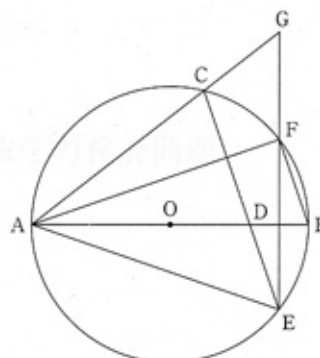
- (ア) この円すいの表面積を求めなさい。
- (イ) この円すいにおいて、2点 A, D 間の距離を求めなさい。



問7 右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に、2 点 A, B とは異なる点 C をとる。線分 AB 上に点 D を $AC=AD$ となるようにとり、線分 CD の延長と円 O との交点で点 C とは異なる点を E とする。

また、点 A をふくまない \widehat{BC} 上に点 F を $EC \parallel BF$ となるようにとり、線分 AC の延長と線分 EF の延長との交点を G とする。

このとき、次の問いに答えなさい。



(ア) 三角形 ADE と三角形 AFG が相似であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして、(a) には最も適する角を記号 \angle を用いて書き、(b) には最も適する弧を記号 $\widehat{\quad}$ を用いて書き、(あ), (い) には【A群】から、(c) には【B群】から最も適するものをそれぞれ1つずつ選び、その番号を書きなさい。

【証明】

$\triangle ADE$ と $\triangle AFG$ において、

まず、 \widehat{BE} に対する円周角は等しいから、
 $\angle BAE = \text{(a)}$ ……①

また、(あ) から、
 $\angle BFE = \angle CEF$ ……②

さらに、 \widehat{CF} に対する円周角は等しいから、
 $\angle CEF = \angle CAF$ ……③

①, ②, ③より、 $\angle BAE = \angle CAF$
 よって、 $\angle DAE = \angle FAG$ ……④

次に、 $\triangle ACD$ は $AC = AD$ の二等辺三角形だから、
 $\angle ADC = \angle ACD$
 よって、 $\angle ADC = \angle ACE$ ……⑤

また、(b) に対する円周角は等しいから、
 $\angle ACE = \angle AFE$ ……⑥

⑤, ⑥より、 $\angle ADC = \angle AFE$ ……⑦

さらに、3点 C, D, E と 3点 E, F, G は、
 それぞれ1直線上にあるから、
 $\angle ADE = 180^\circ - \angle ADC$ ……⑧
 $\angle AFG = 180^\circ - \angle AFE$ ……⑨

⑦, ⑧, ⑨より、 $\angle ADE = \angle AFG$ ……⑩

④, ⑩より、(い) から、
 $\triangle ADE \text{ (c) } \triangle AFG$

- 【A群】
1. 対頂角は等しい
 2. 平行線の同位角は等しい
 3. 平行線の錯角は等しい
 4. 3組の辺の比が等しい
 5. 2組の辺の比が等しく、その間の角が等しい
 6. 2組の角がそれぞれ等しい

- 【B群】
1. =
 2. ≡
 3. ∞

(イ) $\angle BAF = 19^\circ$ のとき、 $\angle CGF$ の大きさを求めなさい。

(問題は、これで終わりです。)

Ⅲ 数学 正答表並びに採点基準 (平成23年度)

問1	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
	9	-4	$\frac{3}{14}$	$3a$

(オ)	(カ)	(キ)
$-\frac{5}{6}$	$2\sqrt{2}$	$8x-17$

問2	(ア)	(イ)	(ウ)
	$(x+5)(x-7)$	$x=1\pm\sqrt{15}$	$a=-\frac{2}{5}$

(エ)	(オ)
$4\sqrt{3}$	$\angle CAD = 37^\circ$

問3	(ア)	(イ)	(ウ)
	$a=-\frac{4}{9}$	$y=-4x+12$	CF:FB= 5 : 8

問4	(ア)	(イ)
	$\frac{3}{28}$	$\frac{11}{28}$

問5	(ア)	(イ)
	42 個	$n=11$

問6	(ア)	(イ)
	$16\pi \text{ cm}^2$	$\sqrt{17} \text{ cm}$

問7	(ア)					(イ)
	(a)	(あ)	(b)	(い)	(c)	$\angle CGF = 52^\circ$
	$\angle BFE$	3	\widehat{AE}	6	3	

問7(ア)は(a)と(あ)がともに正答で1点、(b)が正答で1点、(い)と(c)がともに正答で1点を与える。

採点上の注意						
1. 中間点は、問7(ア)以外には設けないこと。						
2. 正の数については、+の符号をつけても可とする。						
3. 多項式の項の順序、積の順序は入れかわっても可とする。						
4. 有限小数で表される分数は小数で表しても可とする。循環小数になるものを有限小数で表したり、「…」を用いて表したものは不可とする。						
5. 問7(ア)の(a)は $\angle EFB$ も可とする。(b)はEAも可とする。						

問	配点
1	(ア)~(エ) 各1点 計4点
	(オ)~(キ) 各2点 計6点
2	各2点 計10点
	各2点 計6点
3	各2点 計6点
4	各3点 計6点
5	各3点 計6点
6	各3点 計6点
7	各3点 計6点
計	50点