

平成 23 年 度

公立高等学校入学者選抜学力検査問題

# 数 学

## 注 意 事 項

- 1 問題は, 1 ページから 6 ページまであります。
- 2 解答は, すべて解答用紙に記入下さい。

1 下の(1)~(5)に答えなさい。なお、解答欄の  には答だけを書くこと。

(1) 次のア~オの計算をしなさい。

ア  $2 - 7$

イ  $9 - 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

ウ  $(-2xy)^2 \div \frac{x^2y}{4}$

エ  $\frac{3a-b}{4} - \frac{2a-b}{3}$

オ  $-\frac{21}{\sqrt{7}} + \sqrt{28}$

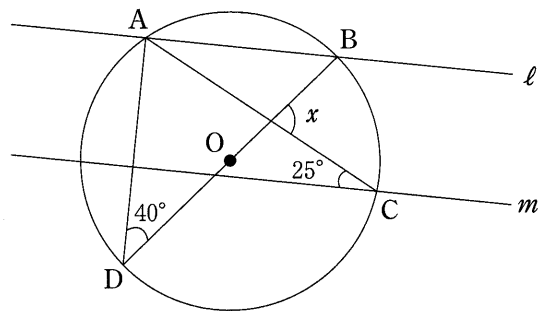
(2) 次の方程式を解きなさい。

$$2x^2 - 5x + 1 = 0$$

(3) 4本のうち、あたりが2本入っているくじがある。このくじを、同時に2本ひくとき、2本ともあたりである確率を求めなさい。ただし、どのくじをひくことも同様に確からしいとする。

(4) A, Bの2つのグループに、あるテストを実施した。このとき、Aグループ20人の平均点が $a$ 点、Bグループ15人の平均点が $b$ 点であった。全体の平均点を $a, b$ を用いた式で表しなさい。

(5) 右の図のように、円Oの周上に点A, B, C, Dがあり、中心Oは線分BD上にある。また、2点A, Bを通る直線を $l$ とし、 $l$ に平行で点Cを通る直線を $m$ とする。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



2 図1, 図2のように $y = ax^2$ のグラフがある。A, Bはグラフ上の点で,  $x$ 座標はそれぞれ2と-1である。

このとき, 次の(1)~(3)に答えなさい。

(1)  $y = ax^2$ のグラフが点(-2, 3)を通るとき,  $a$ の値を求めなさい。

(2)  $a = 2$ のとき, 点Bを通り $\triangle OAB$ の面積を二等分する直線の式を求めなさい。  
なお, 途中の計算も書くこと。

(3)  $a = 1$ とする。図2のように, 中心が $C(2, 2)$ , 半径2の円があり, その周上を動く点Pがある。線分BPが最も長くなるときのBPの長さを求めなさい。

図1

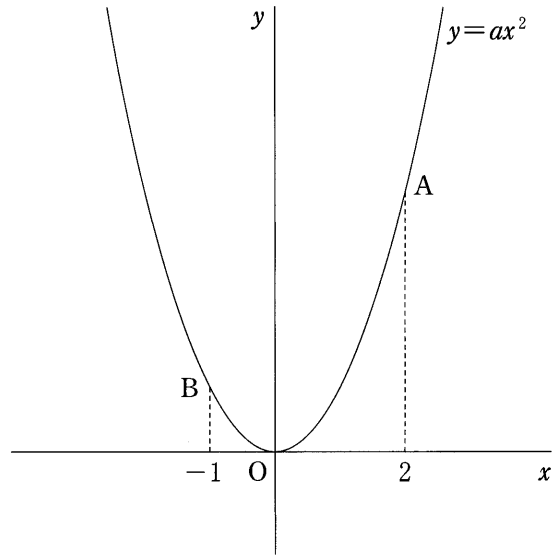
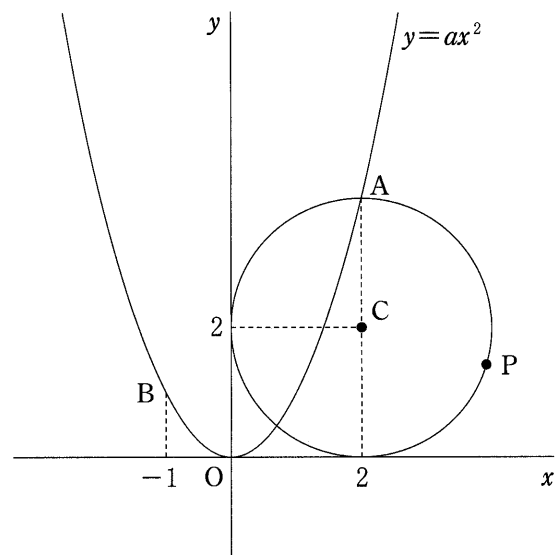
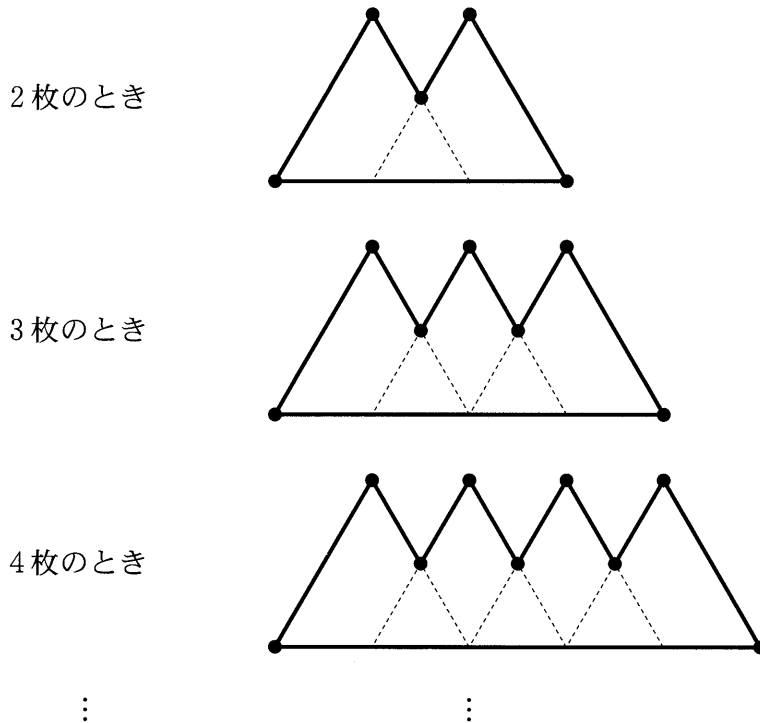


図2



- 3 下の図のように、一辺の長さが2 cm の正三角形を、となり合う正三角形どうしの底辺がちょうど1 cm ずつ重なるようにはり合わせて図形をつくっていく。図の実線は図形の周を表し、●は図形の頂点を表している。

このとき、下の(1), (2)に答えなさい。



- (1) 三角形を2枚はり合わせたときは●が5個、3枚はり合わせたときは●が7個、4枚はり合わせたときは●が9個ある。三角形を5枚はり合わせたとき、●は何個あるか、求めなさい。

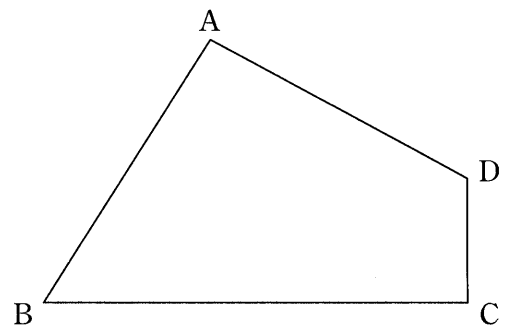
- (2)  $n$  は2以上の自然数とする。三角形を  $n$  枚はり合わせたときにできる図形の周りの長さを  $n$  を用いた式で表しなさい。また、その考え方を説明しなさい。説明においては、図や表、式などを用いてよい。

- 4 太一さんの家から真二さんの家までの道のりは2 kmで、その途中にある図書館で2人は一緒に勉強することにした。太一さんは午前10時に自分の家を出て時速12 kmで走り、真二さんは午前10時5分に自分の家を出て時速4 kmで歩くと、同時に図書館に着いた。太一さんの家から図書館までの道のりと、真二さんの家から図書館までの道のりを、方程式をつくって求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。

- 5 解答用紙に、四角形 ABCD がある。これを用いて、次の   の中の条件①, ②をともに満たす点 P を作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

- ① 点 P は  $\angle ABC$  の二等分線上にある。

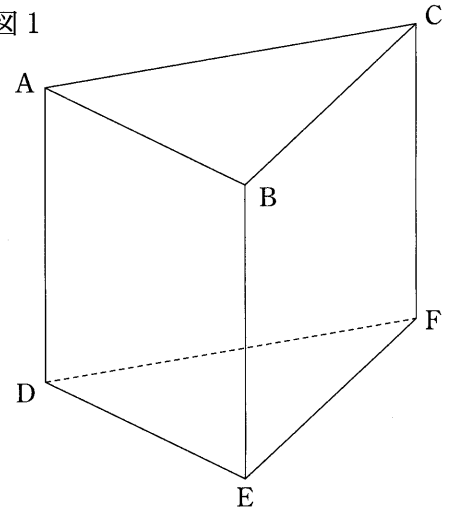
②  $\angle BPD = 90^\circ$



- 6 図1～図3は、いずれも  $AC = 4\text{ cm}$ ,  $AD = 3\text{ cm}$ ,  
 底面  $DEF$  の面積が  $9\text{ cm}^2$  の三角柱である。ただし、  
 底面  $DEF$  の内角はすべて鋭角とする。  
 このとき、次の(1)～(3)に答えなさい。

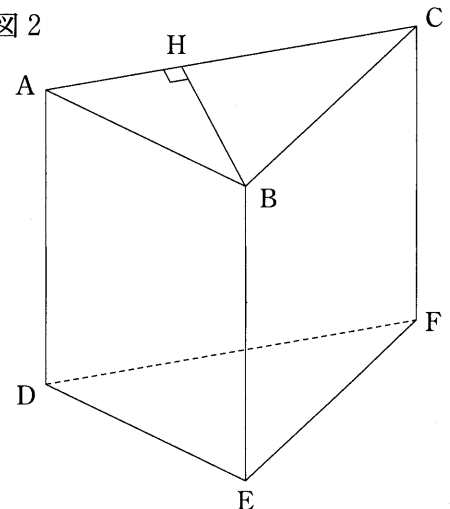
(1) 図1において、辺  $AC$  とねじれの位置にある辺を  
 すべて書きなさい。

図1



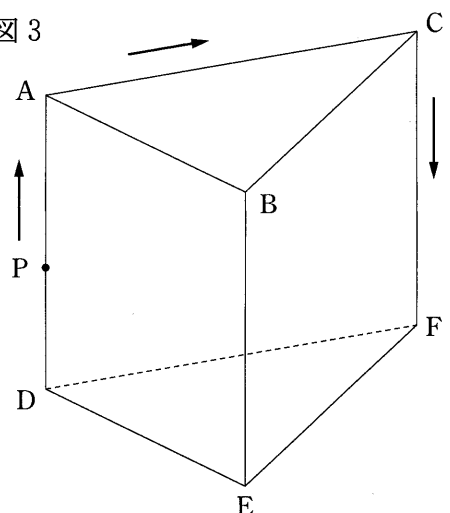
(2) 図2のように、点  $B$  から辺  $AC$  に垂線を引き、  
 辺  $AC$  との交点を  $H$  とする。このとき、線分  $EH$   
 の長さを求めなさい。なお、途中の計算も書くこ  
 と。

図2

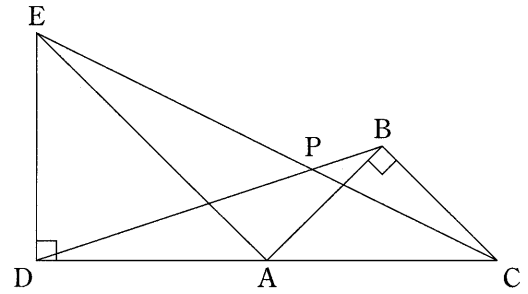


(3) 図3のように、点  $P$  が毎秒  $1\text{ cm}$  の速さで、 $D$  から  
 $F$  まで  $D \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow F$  の順に、辺  $DA$ ,  $AC$ ,  $CF$   
 上を動く。点  $P$  が  $D$  を動きはじめてから  $x$  秒後の  
 三角錐  $PDEF$  の体積を  $y\text{ cm}^3$  とし、 $P$  が  $D$  から  $F$   
 まで動いたときの  $x$  と  $y$  の関係をグラフに表しなさい。

図3



- 7 右の図の  $\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  は,  $AB = BC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AD = DE$ ,  $\angle ADE = 90^\circ$  の直角二等辺三角形である。また, 3つの頂点  $D, A, C$  は一直線上に並んでおり, 線分  $BD$  と  $CE$  の交点を  $P$  とする。
- このとき, 次の(1)~(3)に答えなさい。



- (1)  $\angle BAE$  の大きさを求めなさい。
- (2)  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$  であることを証明しなさい。
- (3)  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$  であることを用いて,  $\angle DPA$  の大きさが  $45^\circ$  であることを証明したい。□ に証明の続きを書きなさい。

[証明]

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$  であるから

$$\angle ADB = \angle AEC$$

よって


$$\angle ADP = \angle AEP$$

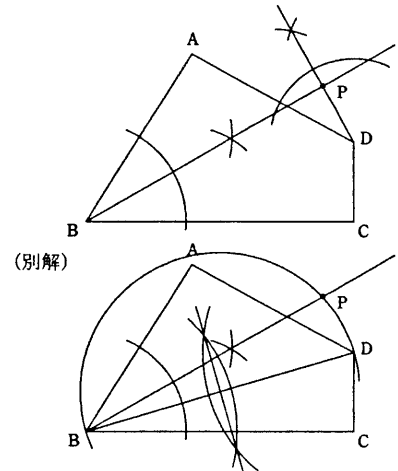
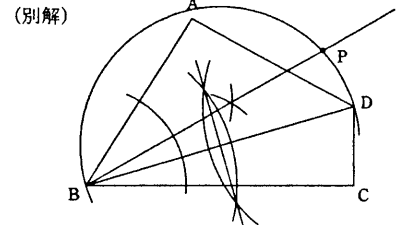
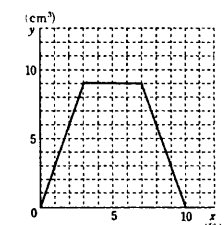
2点  $D, E$  は直線  $AP$  の同じ側にあつて

$\angle ADP = \angle AEP$  であるから

[証明の続き]

したがつて,  $\angle DPA = 45^\circ$  である。

問題番号	解 答 例	配 点										
1	(1) ア -5	3										
	イ 11	3										
	ウ $16y$	3										
	エ $\frac{a+b}{12}$	3										
	オ $-\sqrt{7}$	3										
(2)	$x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$	3										
(3)	$\frac{1}{6}$	4										
(4)	$\frac{4a+3b}{7}$ 点	4										
(5)	$\angle x = 75$ 度	4 3 0										
2	(1)	$a = \frac{3}{4}$	4									
	(2)	[計算] 略解 求める直線は、線分OAの中点(1,4)とB(-1,2)を通るから、傾きが1となり $y = x + b$ この直線が、(1,4)を通るから $4 = 1 + b$ よって、 $b = 3$ [答] $y = x + 3$	6									
	(3)	$2 + \sqrt{10}$	4 1 4									
3	(1)	11 個	3									
	(2)	[nを用いた式] $(3n+3)$ cm [説明] <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>枚数(枚)</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>長さ(cm)</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>...</td> </tr> </table> 表から、枚数が1増えるごとに、長さは3ずつ増える。これより、枚数が2からnまで(n-2)増えると周の長さは3(n-2)増える。 よって、n枚重ねたときの周の長さは $9 + 3(n-2) = 3n + 3$ (別解) n枚のときの図  図形の(△...△)の部分の長さは、2n cm 左右の(△)の部分の長さは、2 cm 下の(—)の長さは、(n+1) cm よって、n枚重ねたときの周の長さは $2n + 2 + (n+1) = 3n + 3$ など	枚数(枚)	2	3	4	...	長さ(cm)	9	12	15	...
枚数(枚)	2	3	4	...								
長さ(cm)	9	12	15	...								
4	[方程式] 太一さんの家から図書館までの道のりを x km, 真二さんの家から図書館までの道のりを y km とすると、 $\begin{cases} x + y = 2 \\ \frac{x}{12} = \frac{y}{4} + \frac{5}{60} \end{cases}$ など											
	[計算] 略 [答] $\begin{cases} \text{太一さんの家から図書館までの道のり} & \frac{7}{4} \text{ km} \\ \text{真二さんの家から図書館までの道のり} & \frac{1}{4} \text{ km} \end{cases}$	1 0 1 0										

問題番号	解 答 例	配 点	
5			
	(別解) 	8 8	
(1)	辺BE, 辺DE, 辺EF	3	
6	(2)	[計算] 略解 $\triangle ABC$ の面積が $9 \text{ cm}^2$ より $\frac{1}{2} \times 4 \times BH = 9$ よって、 $BH = \frac{9}{2}$ $\triangle BHE$ は直角三角形であるから $EH^2 = BH^2 + BE^2$ $= \frac{81}{4} + 9 = \frac{117}{4}$ $EH > 0$ より $EH = \sqrt{\frac{117}{4}} = \frac{3\sqrt{13}}{2}$ [答] $\frac{3\sqrt{13}}{2}$ cm	6
	(3)		5 1 4
7	(1)	90 度	3
	(2)	[証明] $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において $\angle DAB = \angle DAE + \angle EAB$ ... ① $\angle EAC = \angle BAC + \angle EAB$ ... ② $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は直角二等辺三角形だから $\angle BAC = \angle DAE$ ... ③ $AB : AC = 1 : \sqrt{2}$ ... ④ $AD : AE = 1 : \sqrt{2}$ ... ⑤ ①, ②, ③より $\angle DAB = \angle EAC$ ... ⑥ ④, ⑤より $AB : AC = AD : AE$ ... ⑦ よって、⑥, ⑦より 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABD \sim \triangle ACE$	8
	(3)	[証明の続き] 4点A, D, E, Pは1つの円周上にいる。 よって、 $\widehat{DA}$ に対する円周角は等しいから $\angle DPA = \angle DEA$ また、 $\triangle ADE$ は直角二等辺三角形であるから $\angle DEA = 45^\circ$	3 1 4