

平成 23 年度 学力 検 査 問 題

数 学

(第 2 時 限 10 : 25 ~ 11 : 15 50 分 間)

注 意

- 1 「始め」の合図があるまで、開いてはいけません。
- 2 問題は全部で5題あり、6ページまでです。
- 3 「始め」の合図があったら、まず、解答用紙に受検番号を書きなさい。
- 4 答えはすべて解答用紙に書きなさい。
- 5 計算等は問題用紙の余白を利用しなさい。
- 6 問題を読むとき、声を出してはいけません。
- 7 「やめ」の合図で鉛筆を置きなさい。

【問題1】 次の各問いに答えなさい。

問1 次の計算をしなさい。

(1) $8 - (-2)$

(2) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$

(3) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

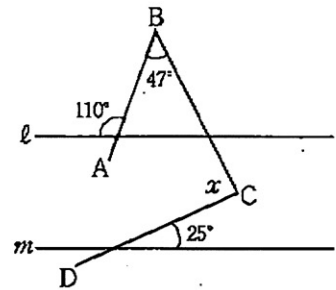
(4) $4a^2b \div 2ab$

問2 $a^2 - a - 12$ を因数分解しなさい。

問3 二次方程式 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ を解きなさい。

問4 右の図のように、線分AB, BC, CDが、直線 l , m と交わっている。 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

図



問5 一次関数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ ($-2 \leq x \leq 1$) ...① の y の変域と、関数 $y = ax^2$ ($-2 \leq x \leq 1$) の y の変域は同じであった。

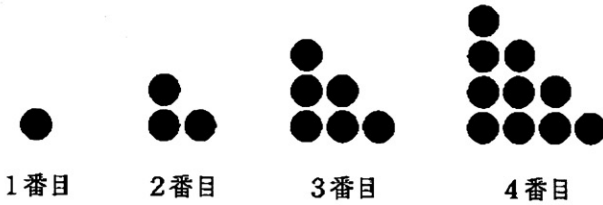
このとき、次の(1), (2)について答えなさい。

(1) ①の y の変域を求めなさい。

(2) a の値を求めなさい。

問6 下の図のように黒い石を使って図形を規則的に作るとき、15番目の図形を作るために必要な黒い石は何個か求めなさい。

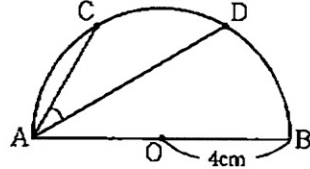
図



問7 袋の中に白玉だけがたくさん入っている。白玉の個数を推測するために、同じ大きさの赤玉50個を白玉の入っている袋の中に入れ、その中から40個の玉を無作為に抽出し、白玉と赤玉の個数を調べた後に袋の中にもどす実験を数回おこなったところ、平均して赤玉は5個入っていた。この結果をもとに、もともと袋の中に入っていた白玉の個数は、およそ何個と推測されるか求めなさい。

問8 右の図のように、Oを中心としABを直径とする半径4cmの半円の周上に、弧ABを3等分する点を取り、点Aに近い方から順にC、Dとする。
このとき、次の(1)、(2)について答えなさい。
ただし、円周率は π とする。

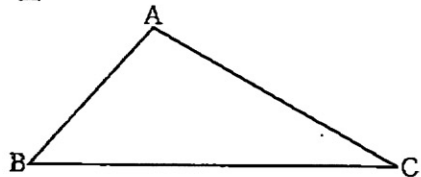
図



- (1) $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。
- (2) 線分AC、線分AD、弧CDで囲まれた図形の周の長さを求めなさい。

問9 右の図の $\triangle ABC$ において、 $\angle BAC$ の二等分線と、辺ACの垂直二等分線との交点Pを、コンパスと定規を用いて作図しなさい。

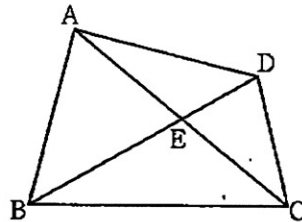
図



なお、作図に用いた線は、消さずに残しておくなさい。

問10 右の図の対角線の交点をEとする四角形ABCDにおいて、 $\angle BCA = \angle DCA$ 、 $BA = BE$ ならば、 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ である。

図



このことを証明しなさい。

【問題2】下の表は、あるテーマパークにおける大人と中学生の1人当たりの入園料を示したものである。20人以上がグループで同時に入園するとき、大人だけでも、中学生だけでも、あるいは大人と中学生とが混じっていても、入園料は団体料金となる。

このとき、次の各問いに答えなさい。

表

1人当たりの入園料	大人	中学生
個人料金	1000円	500円
団体料金(20人以上)	800円	400円

問1 中学生の団体料金は、個人料金と比べて何%引きになるか求めなさい。

問2 中学生43人と大人とがグループで同時に入園し、入園料を合計20000円以内になるようにしたい。

このとき、大人は何人まで入園できるか求めなさい。

問3 Aグループは大人8人、中学生14人で同時に入園し、Bグループは大人6人、中学生13人で入園する。Aグループの入園料の合計を a 円、Bグループの入園料の合計を b 円とする。

このとき、 a と b の大小関係を表すと a b となる。 に入る記号を答えなさい。

問4 大人と中学生とを合わせて35人が、グループで同時に入園した。このときの入園料の総額は、35人が個人料金でそれぞれ入園したときの入園料の総額と比べると、4700円安くなった。

このとき、次の(1)、(2)について答えなさい。

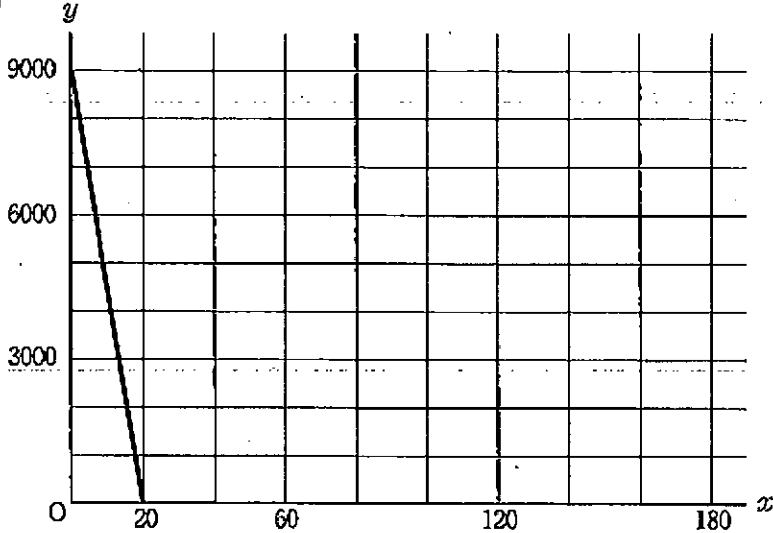
(1) 大人の人数を x 人、中学生の人数を y 人として、 x 、 y に関する連立方程式をつくりなさい。

(2) 大人の人数と中学生の人数をそれぞれ求めなさい。

【問題3】 太郎さんは、遠足でA地点から9000m離れたB地点まで歩く。太郎さんがA地点からB地点に向かって出発し、それと同時に先生がオートバイでB地点からA地点に向かって出発する。太郎さんは分速50mで歩くものとし、先生は分速450mで走行するものとする。先生が出発してから経過した時間を x 分、先生とA地点との距離を y m とする。図は、 x 、 y の関係を $0 \leq x \leq 20$ の範囲でグラフに表したものである。

このとき、次の各問いに答えなさい。

図



問1 x の値の範囲が $0 \leq x \leq 20$ のとき、次の(1)、(2)について答えなさい。

- (1) y を x の一次式で表しなさい。
- (2) 先生が太郎さんと出会うのは、先生が出発してから何分後か求めなさい。

問2 先生は、A地点に到着すると a 分間そこにとどまってから、再び同じ速さ(分速450m)でB地点に向かう。そして、B地点に到着すると a 分間そこにとどまってから、同じ速さでA地点に向かう。これを、太郎さんがB地点に着くまで繰り返す。その間に太郎さんと先生は何度か出会う。

このとき、次の(1)、(2)、(3)について答えなさい。

ただし、太郎さんが先生に追い越されるときも、出会った回数に含めるものとする。

- (1) $a = 20$ のとき、先生が出発してから経過した時間 x 分と、先生とA地点との距離 y m との関係を表すグラフを、解答用紙の $0 \leq x \leq 20$ の範囲のグラフの続きにかきなさい。
ただし、 x の値の範囲は太郎さんがB地点に着く時間までとする。
- (2) $a = 20$ のとき、太郎さんは、A地点を出発してからB地点に着くまでに何回先生と出会うか答えなさい。
- (3) 太郎さんと先生が、A地点から3150m離れた地点で3回目に出会うとする。このとき、 a の値を求めなさい。

【問題4】、「大きいさいころ」と「小さいさいころ」がある。この2つのさいころを同時に投げるとき、「大きいさいころ」の出る目の数を a 、「小さいさいころ」の出る目の数を b とする。

このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、この2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問1 $a+b=5$ となる確率を求めなさい。

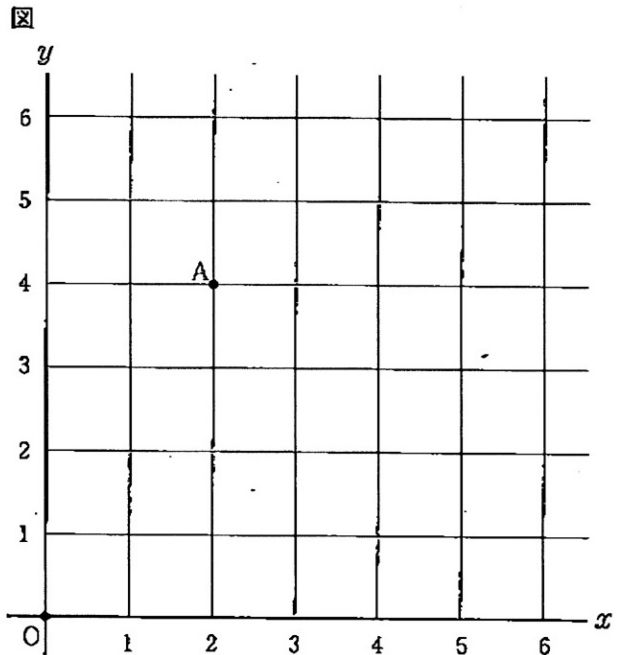
問2 a を x 座標、 b を y 座標とする点 $P(a, b)$ を平面上にとり、また、図のように点 $O(0, 0)$ 、点 $A(2, 4)$ を平面上にとり、 $\triangle OAP$ の面積について考える。

このとき、次の(1)、(2)、(3)について答えなさい。

ただし、3点 O 、 A 、 P を結んだ図形が三角形にならないとき、面積は0とする。

(1) $a = 6$ 、 $b = 6$ のとき、 $\triangle OAP$ の面積を求めなさい。

(2) $a = 3$ 、 $b = 2$ のとき、 $\triangle OAP$ の面積は4である。
 $\triangle OAP$ の面積が4となるような目の出方はこのときを含め、全部で何通りあるか答えなさい。



(3) $\triangle OAP$ の面積が4より大きくなる確率を求めなさい。

【問題5】 $OA = 6\text{ cm}$, $AB = 10\text{ cm}$, $\angle AOB = 90^\circ$ である直角三角形 OAB の辺 AB の midpointを C とする。

図Iのように、線分 OB を延長した直線 l を軸として、直角三角形 OAB を1回転させてできる立体を X とする。

このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、円周率は π とする。

問1 線分 OB の長さを求めなさい。

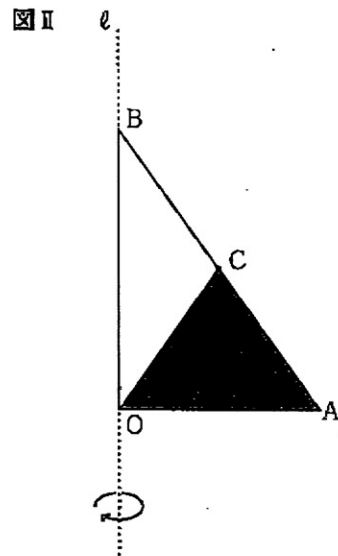
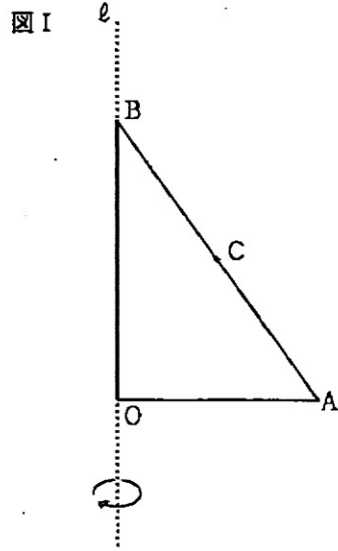
問2 X の体積を求めなさい。

問3 図IIのように、 $\triangle OAC$ に色をぬる。図Iと同様に直線 l を軸として1回転させてできる立体のうちの、色がついた部分でできる立体を Y とする。

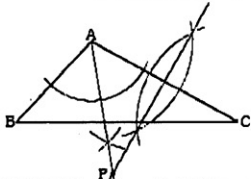
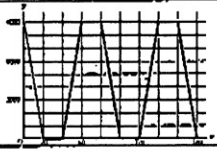
このとき、次の(1)、(2)について答えなさい。

(1) X と Y の体積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) Y の表面積のうち、線分 AC が動いてできた面の面積を求めなさい。



数 学 解 答

問題番号	問 番 号	正 解	配 点	
1	問 1	(1) 10	1	20
		(2) $-\frac{1}{6}$	1	
		(3) $8 - 2\sqrt{15}$	1	
		(4) $2a$	1	
	問 2	$(a-4)(a+3)$	1	
	問 3	$x = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$	1	
	問 4	$\angle x = 88$ 度	1	
	問 5	(1) $0 \leq y \leq \frac{3}{2}$	1	
		(2) $a = \frac{3}{8}$	1	
	問 6	120 個	2	
	問 7	およそ 350 個と推測される	2	
	問 8	(1) $\angle CAD = 30$ 度	1	
		(2) $4 + 4\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi$ cm	1	
	問 9	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">解答例</div> 	2	
問 10	<p>(証明)</p> <p>$\triangle ABC$ と $\triangle EDC$ において</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">解答例</div> <p>$\angle ACB = \angle ECD$ (条件より) …… ①</p> <p>また、条件より $BA = BE$ だから</p> <p>$\angle BAE = \angle BEA$ …… ②</p> <p>対頂角は等しいので</p> <p>$\angle BEA = \angle CED$ …… ③</p> <p>②③より</p> <p>$\angle CAB = \angle CED$ …… ④</p> <p>①④より</p> <p>2組の角がそれぞれ等しいので</p> </div> <p>$\triangle ABC$ の $\triangle EDC$</p>	3		
2	問 1	20 %引き	1	7
	問 2	3 人まで	1	
	問 3	$a < b$	1	
	問 4	(1) $\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + y = 47 \end{cases}$	2	
(2) 大人 12人 中学生 23人		2		
3	問 1	(1) $y = -450x + 9000$	1	8
		(2) 18 分後	1	
	問 2	(1) 	2	
		(2) 5 回	2	
		(3) $a = 5$	2	
4	問 1	$\frac{1}{9}$	1	7
	問 2	(1) 6	2	
		(2) 4 通り	2	
		(3) $\frac{5}{12}$	2	
5	問 1	8 cm	2	8
	問 2	96π cm ³	2	
	問 3	(1) (Xの体積) : (Yの体積) = 4 : 3	2	
(2) 45π cm ²		2		