II

数　学 (45分)

さくらの個別指導（さくら教育研究所）

注意　1　答えに$\sqrt{\ }$が含まれるときは，$\sqrt{\ }$をつけたままで答えなさい。また，$\sqrt{\ }$の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。
　　　2　円周率はπを用いなさい。

1

次の ① ～ ⑨ の $\boxed{}$ に適当な数または式を書き入れ，⑩ では指示に従って答えなさい。

① $-7-(-5)$ を計算すると $\boxed{}$ になる。

② $6\times(-4)$ を計算すると $\boxed{}$ になる。

③ $12ab\div(-3b)$ を計算すると $\boxed{}$ になる。

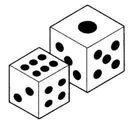
④ $\sqrt{24}-\sqrt{6}+\sqrt{54}$ を計算すると $\boxed{}$ になる。

⑤ $4(a-2b)-(a+3b)$ を計算すると $\boxed{}$ になる。

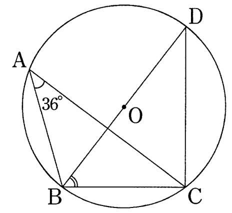
⑥ 方程式 $2(x+3)=(x-1)^2$ の解のうち，負のものは，$x=\boxed{}$ である。

⑦ yはxの一次関数で，そのグラフは点$(1,\ -3)$を通り，傾き2の直線である。この一次関数の式は，$y=\boxed{}$ である。

⑧ 右の図のような，正しく作られた大小２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の積が2けたの奇数となる確率は $\boxed{}$ である。



⑨ 右の図のように，円Ｏの円周上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄがあり，線分ＢＤは円Ｏの直径である。$\angle\text{BAC}=36^\circ$であるとき，$\angle\text{CBD}$の大きさは $\boxed{}$°である。



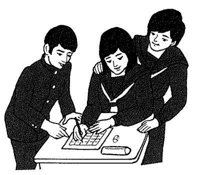
⑩ 右の図の線分ＡＢの中点Ｐを定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は消さないでおきなさい。

2

中学校３年生の美香さんのクラスでは，卒業文集を作ることになり，美香さんはその作成委員になった。クラスの生徒数は38人であり，Ａ班からＦ班まで全部で６つの班がある。作成委員会で話し合い，文集は１冊60ページとし，右の表のように，個人と班，作成委員がそれぞれ担当する内容とページ数を決めた。なお，各班が担当するページ数については，美香さんが，Ｅ班とＦ班の１班あたりのページ数を，Ａ班からＤ班の１班あたりのページ数よりも１ページだけ多くしてはどうかという提案をし，作成委員会で話し合った結果，美香さんの提案が採用された。次の①，②に答えなさい。

① 右の表の $\boxed{（ア）}$ に適当な数を書き入れなさい。

② 右の表の $\boxed{（イ）}$ と $\boxed{（ウ）}$ に適当な数を書き入れなさい。ただし，答えを求めるまでの過程も書いて答えなさい。



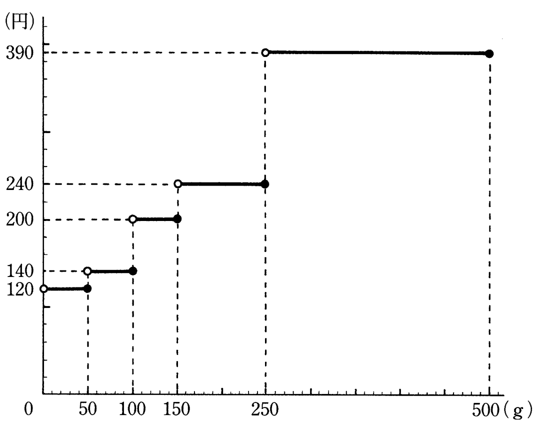
文集の分担表

担当		内容	ページ数	
個人		10年後の私など	1人につき 1ページ	全部で38ページ
班	Ａ班(6人)	球技大会の思い出	1班につき （イ） ページ	全部で （ア） ページ
	Ｂ班(6人)	体育大会の思い出		
	Ｃ班(6人)	合唱コンクールの思い出		
	Ｄ班(6人)	職場体験の思い出		
	Ｅ班(7人)	修学旅行の思い出	1班につき （ウ） ページ	
	Ｆ班(7人)	部活動の思い出		
作成委員		表紙，裏表紙，先生からのメッセージなど		全部で8ページ

3

次の文章は，中学生の絵里さんと誠さんが，科学レポートコンテストに応募するレポートの郵送料金について交わした会話の一部であり，右の図は郵便物の重さと郵送料金の関係をグラフに表したもので，二人はこのグラフを見ながら会話をしている。応募するレポートは，その用紙の枚数に関係なく，常に１枚の封筒の中に入れて郵送し，封筒の重さは１枚12gである。また，使用する用紙の重さは１枚６gである。ただし，封筒と用紙以外の物の重さは考えないものとする。①，②に答えなさい。

絵里：私が書いたレポートは用紙20枚になったので，郵送料金は $\boxed{（ア）}$ 円になるわ。誠さんのレポートは，用紙何枚になったの。
誠　：今，書いている途中だけど，僕（ぼく）も絵里さんと同じくらいの枚数になるかな。
絵里：そうなんだ。そういえば，先生が友達とまとめて送ってもよいと言っていたよね。私と同じくらいの枚数なら，郵送料金も私と同じくらいだね。グラフを見ていて気付いたけど，240円の郵送料金で郵送することができるレポートの用紙の枚数は，最も多い場合で $\boxed{（イ）}$ 枚だから，誠さんの用紙の枚数によっては，誠さんと私の分を別々に送るより，二人分をあわせて１枚の封筒で送る方が，一人あたりの郵送料金は安くなるわね。
誠　：そうだね。<u>僕と絵里さんのレポートをあわせて送ると，郵送料金が240円となるのは，僕のレポートの用紙の枚数が何枚のときかな。</u>



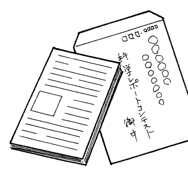
(注)例えば，120円で郵送できるのは50gまでである。
（日本郵便「定形外郵便物」料金表から作成）

① $\boxed{（ア）}$，$\boxed{（イ）}$ に適当な数を書き入れなさい。

② 下線部について，誠さんは次の条件[Ⅰ]，[Ⅱ]の両方に当てはまる自分の用紙の枚数を求めてみた。$\boxed{（ウ）}$，$\boxed{（エ）}$ に適当な数を書き入れなさい。

条件
[Ⅰ]自分のレポート一人分だけを送ると，絵里さんと同じ郵送料金となる。
[Ⅱ]自分と絵里さんのレポート二人分をあわせて１枚の封筒で送ると，郵送料金は240円となる。

条件[Ⅰ]，[Ⅱ]の両方に当てはまるレポートの用紙の枚数は $\boxed{（ウ）}$ 枚以上 $\boxed{（エ）}$ 枚以下である。



4 小惑星探査機「はやぶさ」（図１）が７年の歳月をかけて，小惑星「イトカワ」まで旅をし，昨年，地球へ帰還して話題となった。

裕太さんは，「はやぶさ」について調べたところ，「はやぶさ」の本体の一部にはハニカム構造の板が使用されていることがわかった。

ハニカム構造とは，正六角柱（図２）をすきまなくしきつめた構造（図３）のことで，この構造の板は軽いことが特徴の一つである。裕太さんは，この構造に興味を持ち，なぜ正六角柱をしきつめるのか先生に尋ねたところ，先生は正六角柱の底面である正六角形にその秘密があると教えてくれた。先生の話をもとに，裕太さんは，次のようなまとめをした。①～③に答えなさい。

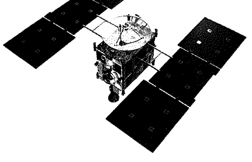


図１
（© JAXA）

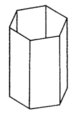


図２

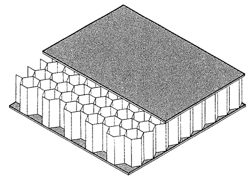


図３

正多角形の周の長さと面積の関係

●先生から教えてもらったこと

１種類で平面をすきまなくしきつめることができる正多角形は，図４のように正三角形，正方形，正六角形の３種類だけである。また，周の長さが等しい正三角形，正方形，正六角形では，正六角形の面積が最も大きい。

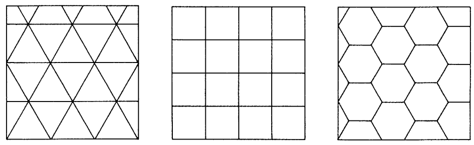


図４
（それぞれの正多角形でしきつめた平面の一部を表している）

●具体例で確かめたこと

周の長さが等しい正三角形（図５），正方形（図６），正六角形（図７）について，周の長さを12cmとすると，それぞれ１辺の長さと面積は次の表のようになる。

図形	１辺の長さ（cm）	面　積（cm²）
正三角形	4	$4\sqrt{3}$
正方形	3	9
正六角形	（ア）	（イ）

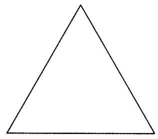


図５

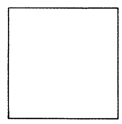


図６

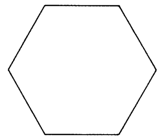


図７

［Ⅰ］正三角形の面積と正方形の面積の大小を調べる。

$(4\sqrt{3})^2 = 48$，$9^2 = 81$ で，$48 < 81$ だから，
$\sqrt{48} < \sqrt{81}$
すなわち　$4\sqrt{3} < 9$
したがって，
正三角形の面積より正方形の面積の方が大きい。

［Ⅱ］正方形の面積と正六角形の面積の大小を調べる。

したがって，
正方形の面積より正六角形の面積の方が大きい。

［Ⅰ］，［Ⅱ］より，周の長さがいずれも12cmの正三角形，正方形，正六角形では，正六角形の面積が最も大きい。

●考えてみたこと

周の長さが等しい正三角形，正方形，正六角形では，正六角形の面積が最も大きくなる。

したがって，面積が等しい正三角形，正方形，正六角形では，（ウ）の周の長さが最も（エ）なる。このことから，底面積と高さが，それぞれ等しい正三角柱，正四角柱，正六角柱の側面積について考えると，正六角柱の側面積が最も小さくなる。

だから，ハニカム構造の板では正六角柱をすきまなくしきつめることによって，側面の部分の材料を少なくすることができ，軽くすることができるのではないか。

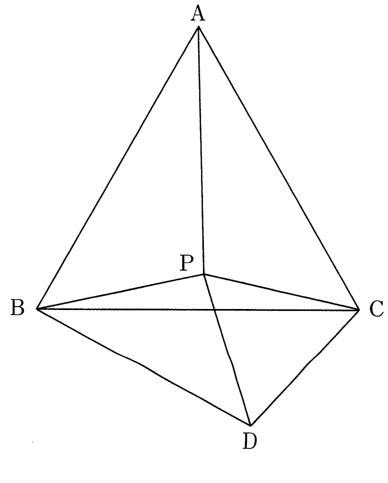
① （ア），（イ）に適当な数を書き入れなさい。

② ［Ⅰ］の □ の説明にならって，［Ⅱ］の □ に正方形の面積より正六角形の面積の方が大きいことの説明をしなさい。ただし，解答欄には説明の一部が書いてある。

③ （ウ），（エ）に当てはまる適当な語句の組み合わせは，次の（1）～（4）のうちではどれですか。

（1）（ウ）正六角形　（エ）小さく　　（2）（ウ）正三角形　（エ）小さく
（3）（ウ）正方形　（エ）大きく　　（4）（ウ）正六角形　（エ）大きく

5 右の図のように，正三角形ＡＢＣの内部に点Ｐをとり，線分ＣＰを１辺とする正三角形ＣＰＤを辺ＰＤが辺ＢＣと交わるようにつくる。点Ａと点Ｐ，点Ｂと点Ｄ，点Ｂと点Ｐをそれぞれ結ぶ。このとき，次の①，②では指示に従って答え，③では □ に適当な数を書き入れなさい。



① △ＡＰＣ≡△ＢＤＣ　を証明しなさい。

② $PB^2 + PC^2 = PA^2$ が成り立つとき，∠ＢＰＤ＝90° であることを次のように証明した。□ に当てはまる最も適当な記号または式は，次の（1）～（7）のうちではどれですか。

証明
△ＡＰＣ≡△ＢＤＣなのでＰＡ＝（ア）…［Ⅰ］
△ＣＰＤは正三角形なのでＰＣ＝（イ）…［Ⅱ］
［Ⅰ］，［Ⅱ］と $PB^2 + PC^2 = PA^2$ から，（ウ）
したがって，三平方の定理の逆から，∠ＢＰＤ＝90°

（1）ＢＣ　（2）ＰＤ
（3）ＤＢ　（4）ＢＡ
（5）$PB^2 = PD^2 + DB^2$
（6）$PB^2 + PD^2 = DB^2$
（7）$PB^2 + BA^2 = PA^2$

③ $PB^2 + PC^2 = PA^2$ が成り立ち，さらにＰＢ＝ＰＣ＝2cmであるとき，
ＰＡ＝（エ）cm，∠ＤＣＢ＝（オ）° であり，ＢＣ＝（カ）cmである。

数 (1)

受検番号	(算用数字)	志願校	

※

解 答 用 紙

1

①

②

③

④

⑤

⑥

⑦

⑧

⑨ °

⑩

A ―――――――― B

2

① (ア) ページ

②

(答) (イ) (ページ), (ウ) (ページ)

3

① (ア) 円

① (イ) 枚

② (ウ) 枚

② (エ) 枚

4

① (ア)

① (イ)

②

したがって,
正方形の面積より正六角形の面積の方が大きい。

③

5

①

② (ア)

② (イ)

② (ウ)

③ (エ) cm

③ (オ) °

③ (カ) cm

数学　正答例

1

① -2

② -24

③ $-4a$

④ $4\sqrt{6}$

⑤ $3a-11b$

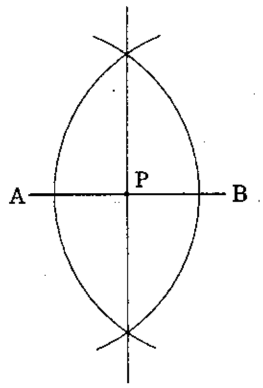
⑥ -1

⑦ $2x-5$

⑧ $\frac{1}{12}$

⑨ 54 °

⑩



2

① (ｱ) 14 ページ

②

A班からD班の，１班あたりの
担当ページ数を x ページ，
E班とF班の，１班あたりの
担当ページ数を y ページとして，
x, y を求める連立方程式をつくると，

$$\begin{cases} 4x+2y=14 & \cdots\cdots(1) \\ y=x+1 & \cdots\cdots(2) \end{cases}$$

(2)を(1)に代入すると，

$$4x+2(x+1)=14$$
$$6x=12$$
$$x=2$$

これを(2)に代入すると，$y=3$

（答）(ｲ)　2　（ページ），(ｳ)　3　（ページ）

3

① (ｱ) 200 円

① (ｲ) 39 枚

② (ｳ) 15 枚

② (ｴ) 19 枚

4

① (ｱ) 2

① (ｲ) $6\sqrt{3}$

②

$9^2=81$，$(6\sqrt{3})^2=108$ で，$81<108$ だから，

$$\sqrt{81}<\sqrt{108}$$

すなわち　$9<6\sqrt{3}$

したがって，
正方形の面積より正六角形の面積の方が大きい。

③ 1

5

①

（証明）
△APCと△BDCにおいて，
△ABCと△CPDは正三角形であるから，

$AC=BC$ ……(1)
$CP=CD$ ……(2)
$\angle ACB=\angle PCD=60°$ ……(3)

(3)から，

$\angle ACP=\angle ACB-\angle PCB$
$=60°-\angle PCB$ ……(4)
$\angle BCD=\angle PCD-\angle PCB$
$=60°-\angle PCB$ ……(5)

(4)，(5)から，$\angle ACP=\angle BCD$ ……(6)
(1)，(2)，(6)から，2辺とその間の角が
それぞれ等しいので，
$\triangle APC \equiv \triangle BDC$

② (ｱ) 3

② (ｲ) 2

② (ｳ) 6

③ (ｴ) $2\sqrt{2}$ cm

③ (ｵ) 45 °

③ (ｶ) $\sqrt{6}+\sqrt{2}$ cm