

## 報

～ 第 59 回大学入試懇談会報告～

## 平成 22 年度入試を振り返って

東京都立小金井北高等学校 鈴木智秀

## 告

今年も日本数学教育学会と東京都高等学校数学教育研究会主催の「大学入試懇談会」が、5月30日(日)に学習院大学百周年記念会館で開催された。慶應義塾大学、東京理科大学、学習院大学、早稲田大学、東京工業大学、東京大学、東北大学、京都大学の順に入試の講評が行われた。

## 1. はじめに

二年前に、一度この記事を書かせて頂いた。その後、様々な方々からご意見を頂いたり、考えさせられたりした。

## ○ケーリー・ハミルトンの定理（以下CH）

二年前の記事で、CHについては断りなしに使うと減点と書いた。実際、様々な入試問題集や解答集の行列の問題を見ると、累乗に関わる問題に関しては、ほとんどと言っていいほどCHを使っている。学習院大学の①もそうである。実際に2乗、3乗と計算していけば、すぐに規則性が見えてくる。行列のどの成分がどのように作用して規則性が生まれるのか、実際に計算をしてみれば分かる。恐らく出題者は(1)の結果から $A^n$ を推測させて、(2)で証明させたかったのであろう。

CHを断りなしに使った場合に減点するべきかどうかと言う議論は難しい問題であるが、果たしてCHの使い方に熟達した受験生が、行列についてどこまで理解しているのかと考えると疑問が残る。その意味で、CHを断りなしに使った答案を減点するという考えは理解出来る。

## 2. 本年度の問題の中から

ここ数年の大学入試懇談会でのトレンドや学習指導要領の改訂の趣旨などを踏まえて、いくつかの問題を取り上げてみたい。

## ○東京大学・文科④理科⑤（前期）

三角関数や平面座標の問題に見えるが、図を描いてみれば簡単な整数条件式が出てくる。後はそれを1つ1つしらみつぶしに計算すれば良い。東京大学の解説でも、この問題を「整数問題・数え上げ」として扱っている。東京大学の問題としては、難易度は高くないが、これだけの場合分けが出てくる問題はあまり見ない。

大学入試懇談会で毎年言われることが「問題が出された時、まず図を描いたり、数値を代入したり、座標を与えたりといった試行錯誤がなく、類問の型にはめようとしている」ということである。論理的に解こうとか一般化した式で表そうという姿勢は、数学では重要である。しかし、数学の定理の多くは論理や式変形から作られたものではない。フェルマーの最終定理も4色定理も予想から始まった。予想は論理から生まれるものではなく、試行錯誤から生まれるものである。まず手を動かしてみるとというのが基本であり、そういう問題が増えてきていると思う。

## ○東京工業大学・全学部④（前期）

ベクトルを用いてAPとAQの長さの比に関する式を作る解答が考えられるが、この問題も図を描いてみれば答えが見えてくる。

等号が成立する点の集合、すなわち領域の境界は $OA=OQ$ である2等辺三角形 $OAQ$ の底辺AQの中点Pの軌跡である。すなわち $OP \perp AP$ を満たす点Pの軌跡であるから、これはOAを直径とする円を描くことが分かる。

## ○京都大学・理系甲③乙②（前期）

角度を扱う事から三角関数を使う解答が考えられるが、東京工業大学の問題と同様、図を描くことで答えが見えてくる。

2点A、Bを通り直線 $y=x$ に接する円を描くと点Pが接点(1, 1)にあるとき $\angle APB$ が最

大となることが分かる。ほぼ同様の問題が2005年の日本数学オリンピック予選で出題されている。

今回、取り上げた問題に共通しているのは、「手を動かしてみる」こと。大学入試懇談会では毎年、大学側から高校側に様々な要望が投げかけられる。高校側としても理想的にはそのような指導をしたいと考えていても、現実に生徒の将来を考えた場合、大学入試で如何に高得点をあげるかという点に力を入れざるをえない。このように大学側が入試問題としてメッセージを発してくれることを高校側としても望むところである。

### 3. 各大学から

#### (慶應義塾大学)

##### ○全体的に

問題には出来る限り図を入れないようにしている。学生が文章を読み取り表現する力を見ている。そのため、分かり易い問題文を心掛けています。伝統的に確率を必ず出している。本当は統計も出したい。微積も必修。今年は距離に関する問題をテーマにした。

早期教育の趣旨から、なるべく現役を採りたい。教科書の内容を理解し、先生の話をよく聞く学生を求める。

今年は易しかった。その分、答案をよく見て厳しい採点が出来た。全体の平均が7割、合格者の平均が8割だった。

##### ○理工学部の問題から

[A1] センターレベルの問題。1問目なのでジョギングのつもり。良く出来た。

[A2] 確率は必修と公言しているので、受験生も絶対に出ると思って良く勉強してきている。予想以上に出来た。

[A3] 距離は直線に直交する線分の長さとして理解している受験生が多い。距離は最小の長さであると理解してほしい。

[A4] 3次方程式の実数解の問題、誘導を付けた。 $n$ と $k$ の満たす不等式(②の式)までは良く出来た。 $k$ が求まった受験生は最後まで解いていた。

[B1]  $y$ 軸回転の体積の計算。(3)は曲線上と直線

上の2点が動くときの距離を求める問題。2変数と考えてしまうと難しい。 $a$ を固定して考える。

#### (東京理科大学)

##### ○全体的に

数学・物理・化学科共通の一般問題と、数学科のみの専門問題がある。一般問題は高校の数学を理解しているか、専門問題は大学の数学に適合出来るかをみている。専門問題は、本年度初めて「記述式穴埋め問題」とした。より自由に発想してもらうことが目的だった。

高校と大学のギャップを感じる。例えば無限個の $n$ とすべての $n$ の違いを理解していない。ないものねだりとは分かっているが、論証や数学的思考力を身に付けてきてほしい。

##### ○理(数学・物理・化学)学部の問題から

[1] 問題には出来る限り図を入れないようにしているとの話があった。東京理科大学も原則は同じ考え。今回は、3次曲線で、高校ではあまり扱っていないため図を入れた。簡単な図であれば文章から読み取ってほしい。

##### ○理(数学)学部の問題から

[1] 点を取ってもらうための問題だったが予想を遥かに下回る結果だった。(1)点Aを固定していることを考慮せず、2変数と考えて混乱した受験生が多かった。半分以上正解すると予想していたが、実際は1割に届かなかった。(2)共通問題同様、4次曲線なので図を入れた。(1)の双曲線の問題より出来ていた。(3)どのように上手く加えていくか。多項式として処理している答案が多かったが、等比級数の和として処理した方が解きやすい。(4)一番良く出来ていた。

[2] 論証する力を見る問題。期待出来ないと思っていたが、予想通り悪かった。ヒントを出し、問題を分けて誘導したが、逆に点数を下げた。(3)(4)は、ほとんど手つかずの状態だった。

#### (学習院大学)

##### ○全体的に

問題は易化している。教科書を理解し、素直に

やれば解ける問題。

○理学部の問題から

①CHを用いた答案が多かったが、 $A^4$ くらいまで計算すれば予想出来るので、これくらいは予想してほしい。試してみて想像することが数学の基本。

②グラフを描いて面積を求める。図形の切り方で計算が変わってくる。この問題で出てきた無理関数の積分は三角関数に置換して計算すると易しいが、置換積分が出来ない。

③三角関数の合成が出来ていない。平面上に図示することの意味を理解していない答案も目立った。集合の概念がないのだろう。

④割り算までは出来るが、部分分数分解が出来ない。出来はかなり悪かった。

○法学部の問題から

②単に計算する問題であったが、時間がなくなった受験生が多かったようだ。

○文学部の問題から

②ランダムウォーク。定義さえ知っていれば解ける問題だが、計算能力がない。

（早稲田大学）

○高校の数学教育に望むこと

人間科学部は文理融合を目指して作られた学部。新しいものに幅広く取り組んでいる。

記号でつまずく学生が多い。 $\Sigma$ ,  $\Pi$ ,  $\cup$ ,  $\cap$  など基本的な記号の使い方を理解してほしい。

公式は暗記することも大切であるが、「なぜそうなるか？」まで知っていてほしい。

有効数字の意味を理解していない学生が多い。単純に桁が大きければ正確かということ必ずしもそうではない。元データより桁を大きくしても意味がない。

長さ、重さは現実の世界に即した感覚を持ってほしい。「長方形の縦一辺、横一辺の長さはいくらか。勘を働かせて、感覚で掴んだおよその数字をミリ単位で記入すること。」という問題を、毎年出している。正答率は年々下がっている。手のひらを広げたときの親指から小指までの長さを覚

えておけば概略の長さを測ることが出来る。

（東京工業大学）

○全体的に

ワンパターンの解法に当てはめたり、そのため不自然な思考に陥る傾向がある。知識を中途半端に覚えると害になる。計算力がない。

数学の出来る学生を採るためには、数学で差がつく試験にしたい。難しいと差がつかないので、易しめにしている。合格者の平均点が155.5点、受験者の平均点が120.6点であった。

○前期（全学部）の問題から

①(1)グラフが描けるか。(2) $\cos \alpha$ が入った式で終わってしまっている答案が多い。勘違いして（確信をもって）やめているものと、そこから先の計算が出来なかったものと2タイプある。(3)知っている三角関数の値と比較すれば良いのだが、難しかったようだ。満点近くと、中間辺りの点数の人数が多かった。

②この問題が出来たかまで合否が分かれた。0~10点が3割いた。条件を正しく読み取り、自分で書き下すことが出来るか。数え上げれば終わりである。(3)は帰納法を使った受験生が多かった。覚えた公式を使いたいという気持ちが強いと不自然な思考になってしまう。

③易しい問題で、全員に満点を取ってほしいと思っていた。(1)ほぼ全員正解。(2)帰納法を宣言しながら帰納法を用いていない答案が多かった。満点が半数を超えた。

④7割の受験生が10点以下。純粋に幾何的方法で解ける問題であったが、そのような答案は皆無であった。

（東京大学）

○全体的に

文科の問題で、試験開始10~15分くらいで訂正が入った。受験生を混乱させたことをお詫びしたい。

文科は基礎力を問う問題。理科は難易度が高く、応用力を問う問題。

○前期理科の問題から

①(2) 多変数関数の領域。 $a+c$  と  $ac$  の範囲をおさえられているか。

②  $\log(m/n)$  から  $1/x$  の積分を使うことが分かるかがポイント。すべての自然数  $k$  という言葉を見て、数学的帰納法と判断した受験生も多かった。

③ 文科の③と同じ問題。意味を把握するまでに時間がかかったようだ。問題の背景は「賭け」。勝てば2倍、負ければすべてを失うという状況を想定して作った。(2)(3)  $m$  と  $m-1$  の関係式のままでは上手くいかない。

④(1) が(2) のヒントになっている。 $y$  軸積分で考えると難しい。 $x$  軸積分に気付くか。

⑤ 文科の④と同じ問題。三角関数の問題と考えると難しくなる。 $t$  と  $m$  の条件式から、しらみつぶしに調べていくのが良い。1つ1つきちんともれなく数え上げることが出来るか。

⑥ 難しくはないが計算量が多かった。出来ていなかった。頂点  $C$  から底面  $L$  に下ろした垂線の足  $H$  の位置は、三角形の外側になる。

(東北大学)

○全体的に

入試で消耗していない人材が欲しいと言うコンセプトから、基本的な問題を出すようにしているが、今年度はセンター試験との差異を意識して全般に難化した。

「何を聞かれているか」問題文を把握する力が不足している。作図能力も低下。

○前期理系の問題から

① 分母を払って因数分解すると予想したが、そのような解答は少数。微分に持ち込んだものが大多数だったがほとんどが沈没。

②(1) は出来栄えに差がついた良問。(2) まで進んだものは少数。

③ 反復試行で考えることも出来るが、場合の和を求めて  $4^5$  で割る方が良い。

④(2) は  $M$  と  $N$  の垂直2等分面になる。(3) は式が立てられても計算が出来なかった。

⑥(1) 恒等変換や反転写像をいきなり書いたり、

回転行列を仮定して議論を始めたりするものが多かった。(2) は回転行列を書いて終わりにするものが多数。

(京都大学)

○全体的に

他の大学から様々なデータが公表されたが、京都大学では公表していない。

どういう人材を募集し、どういう人材を輩出したいか、「卓越した英知の継承」というミッションのもと入試問題を作成している。ここ数年、理系は甲乙に分けて行われているが、来年度については未定。

正しい計算をすることはもちろんであるが、論理力、理解力、着想力、表現力を求めている。平素から論理力や表現力のトレーニングをしておいてほしい。

値を求めることは出来るが、論理的な記述が出来ない。必要条件と十分条件の違いも理解していない学生が多い。傾向と対策は立てられても論理的な答案は書けない。

発展的内容にも踏み込んだ問題、例えば微分方程式なども出題することは公表している。教科書を基本とした学習の上で、高校生なら理解出来るかと判断したものは出題する。

#### 4. 最後に

学習指導要領の改訂に伴い、「数学的活動の充実」が議論されている。各種研究会などで発表をすると、必ずと言っていいほど「数学的活動とは何なのか？」という質問を受け、内的活動と外的活動に分けて説明している。

「数学的活動」と肩肘張る前に、まず図を描いたり、数値を代入したり、座標を与えたりといった地道な作業をさせたい。論理的に思考して理路整然とした答案を書くことは目標であるが、その前提となるのは、数多くの具体例を積み上げて、その中から結果を予想することである。

最後に、「予想は頭の中で生まれるのではなく、紙の上で生まれるのだ」ということを強調しておく。