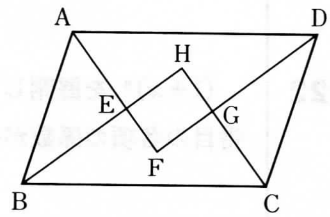
19 三角形の性質

☞解答は「考え方と解答」57 ページ

基本問題

328 平行四辺形 ABCD において，4 つの角の二等分線によってできる四角形を右の図のように EFGH とするとき，四角形 EFGH は長方形であることを証明せよ。

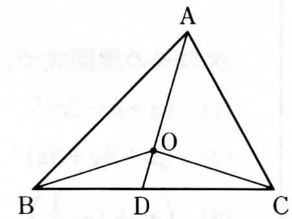


329 平行四辺形 ABCD において，対角線の交点 O を通る直線と 2 辺 AD，BC との交点をそれぞれ P，Q とすれば，O は線分 PQ の中点であることを証明せよ。

330 正三角形 ABC の重心を G とすれば，$\angle BGC=120^\circ$ であることを証明せよ。

331 $\triangle ABC$ の重心を G とすれば，3 つの三角形 GBC，GCA，GAB の面積は等しいことを証明せよ。

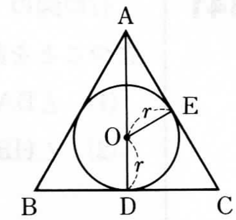
332 右の図の鋭角三角形 ABC において，外心を O とするとき，$\angle BOC=2\angle BAC$ であることを証明せよ。



333 $\angle A=90^\circ$ である直角三角形 ABC の外心は辺 BC の中点 D と一致する。このことを証明せよ。

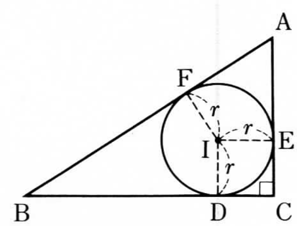
334 $\triangle ABC$ の頂点 A から対辺にひいた垂線を AD とする。A と $\triangle ABC$ の外心 O を結ぶ直線が外接円と交わる点を E とすれば，$\angle BAE=\angle CAD$ であることを証明せよ。

335 1辺の長さが6の正三角形 ABC の内接円の半径 r を，右の図を利用して求めよ。



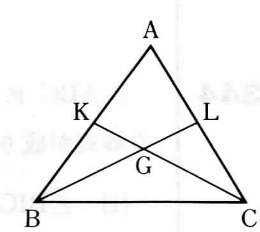
336 半径 r の円に内接する正三角形の内接円の半径を求めよ。

337 右の図の直角三角形 ABC において，I は △ABC の内心，また，D, E, F は内接円と △ABC の3辺との接点である。このとき，内接円の直径と斜辺 AB との和は他の2辺 BC と AC の和に等しい。このことを証明せよ。



標準問題

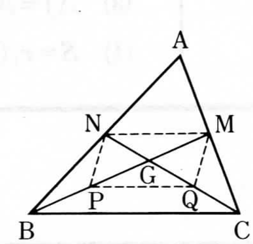
338 右の図の △ABC において，K, L はそれぞれ辺 AB, AC の中点である。このとき，BL=CK ならば，△ABC は二等辺三角形であることを証明せよ。



339 鋭角三角形 ABC において，その外心を O とする。点 O の辺 BC, CA, AB に関する対称な点をそれぞれ D, E, F とするとき，点 O は △DEF のどのような点であるか。

340 三角形の3中線は1点で交わり，各中線はこの点で 2：1 に内分される。

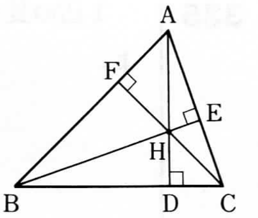
右の図は，上の定理を証明するための1つの方法を示している。その証明をかけ。



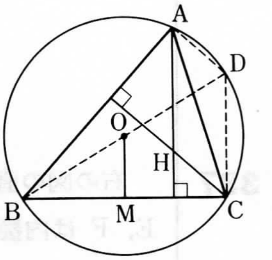
341 右の図の △ABC において，垂心をHとする。このとき，次の等式が成り立つことを証明せよ。

(1) $\angle BAH = \angle BCH$

(2) $\angle HBC + \angle HCB = \angle BAC$



342 右の図の △ABC において，辺 BC の中点をMとし，また，外心を O，垂心をHとする。このとき，$AH = 2OM$ であることを証明せよ。



343 $\angle A = 90^\circ$ である直角三角形 ABC がある。$AB = 6$ cm，$AC = 8$ cm であるとき，この三角形の内接円の半径を求めよ。

344 △ABC において，内心を I，また，∠A 内にある傍心(傍接円の中心)を I_1 とする。このとき，次の等式が成り立つことを証明せよ。

(1) $\angle BIC = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle BAC$

(2) $\angle BI_1C = 90^\circ - \dfrac{1}{2}\angle BAC$

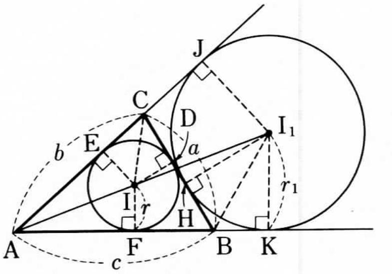
345 右の図の △ABC において，内心を I，内接円の半径を r，∠A 内にある傍心を I_1，傍接円の半径を r_1 とする。$a+b+c=2s$ とするとき，次の式を証明せよ。

(1) △ABC の面積 $S = rs$

(2) $AE = AF = s - a$

(3) $AJ = AK = s$

(4) $S = r_1(s - a)$



Back!
Help!

「セミナーノート」第18講座 69～72 ページ

「数学 α の完全整理」144～148 ページ

20 線分の比例関係

☞ 解答は「考え方と解答」60 ページ

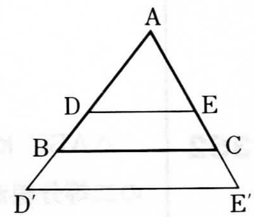
基本問題

346 右の図において，DE // BC，D′E′ // BC である。このとき，次の線分の長さを求めよ。

(1) AB=5，AD=3，AC=10 のとき，AE

(2) AB=10，AD=7，DE=21 のとき，BC

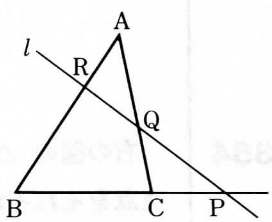
(3) AB=10，AD′=12，AE′=18 のとき，CE′



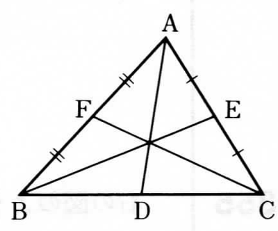
347 △ABC において，BC=15，CA=8，AB=12 とする。この三角形で，∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とするとき，線分 DE の長さを求めよ。

348 右の図で，直線 l が △ABC の辺 BC の延長，辺 AC，辺 AB と交わる点をそれぞれ P，Q，R とする。

RB=2AR，QA=$\frac{3}{2}$CQ であるとき，BP : PC を求めよ。



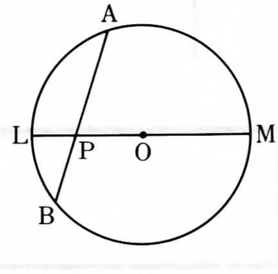
349 右の図の △ABC において，3 中線 AD，BE，CF は 1 点で交わることを，チェバの定理を用いて証明せよ。



350 右の図のように，半径 5 の円の中心 O から 3 の距離にある点 P を通る弦 APB がある。

(1) PA=5 のとき，PB の長さを求めよ。

(2) この場合における方べきの値を求めよ。



標準問題

351 台形 ABCD (AD∥BC) において，対角線の交点 O を通り BC に平行な直線が 2 辺 AB, DC と交わる点をそれぞれ E, F とする。AD=7, BC=13 であるとき，次の問いに答えよ。

(1) 比 AO : AC を求めよ。

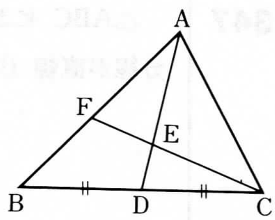
(2) 線分 EF の長さを求めよ。

352 △ABC において，BC の中点を M とする。∠AMB の二等分線が AB と交わる点を D, ∠AMC の二等分線が AC と交わる点を E とすれば，DE∥BC であることを証明せよ。

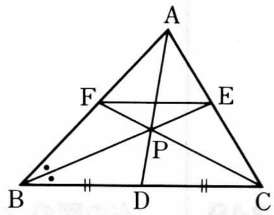
353 右の図の △ABC において，頂点 C を通る直線が中線 AD および AB と交わる点をそれぞれ E, F とする。このとき，

AE : ED=2AF : FB

であることを証明せよ。



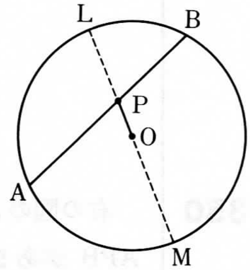
354 右の図の △ABC で，辺 BC の中点を D, ∠B の二等分線と AC, AD の交点をそれぞれ E, P とする。直線 CP と辺 AB の交点を F とすれば，BF=EF となる。このことをチェバの定理を用いて証明せよ。



355 右の図のように，半径 r の円 O の内部に定点 P があって，OP=a である。点 P を通る弦を APB とするとき，

(1) $AP\cdot PB=r^2-a^2$ であることを示せ。

(2) AP^2+PB^2 を適当に変形して，その最大値と最小値を求めよ。



Back! *Help!* 「セミナーノート」第19講座 73～76 ページ

「数学 α の完全整理」149～154 ページ