9 三 角 比

解答は「考え方と解答」24 ページ

基本問題

146 次のような直角三角形 ABC ($\angle B=90^\circ$) において，$\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ の値を求めよ。

(1) $AC=8$, $BC=4$　　(2) $AB=2$, $BC=3$

(3) $AB=2a$, $BC=\sqrt{3}a$ $(a>0)$　　(4) $AC=a^2+b^2$, $AB=a^2-b^2$ $(a>b>0)$

147 次の式の値を求めよ。

(1) $\cos 30^\circ+2\sin 45^\circ\cos 45^\circ$　　(2) $\cos 60^\circ\sin 30^\circ-\sin 60^\circ\cos 30^\circ$

(3) $\cos 30^\circ\tan 45^\circ-\sin 45^\circ\tan 60^\circ$　　(4) $(\sin 60^\circ-\tan 45^\circ)(\cos 30^\circ+\tan 45^\circ)$

148 次の三角比を 0° から 90° までの角の三角比で表せ。また，0° から 45° までの角の三角比で表せ。

(1) $\sin 162^\circ$　　(2) $\cos 170^\circ$　　(3) $\tan 123^\circ$

149 次の式を計算せよ。

(1) $(\cos 120^\circ+\sin 135^\circ)(\cos 150^\circ+\sin 120^\circ)$

(2) $\cos\theta+\cos(180^\circ-\theta)+\sin(\theta+90^\circ)-\sin(90^\circ-\theta)$

(3) $\sin(90^\circ-\theta)\cos(180^\circ-\theta)-\cos(90^\circ-\theta)\sin(180^\circ-\theta)$

150 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin\theta=\dfrac{5}{13}$ のとき，$\cos\theta$, $\tan\theta$　　(2) $\cos\theta=-\dfrac{4}{5}$ のとき，$\sin\theta$, $\tan\theta$

(3) $\tan\theta=-2$ のとき，$\sin\theta$, $\cos\theta$

151 次の式を計算せよ。

(1) $(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2$　　(2) $\sin^2\theta-(3+\cos\theta)(3-\cos\theta)$

(3) $(\sin\theta+\cos\theta)^2-2\cos^2\theta\tan\theta$　　(4) $\tan^2\theta-\sin^2\theta-\tan^2\theta\sin^2\theta$

標準問題

152 次の等式を証明せよ。

(1) $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}$　　(2) $\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}=\dfrac{2}{\sin\theta}$

(3) $\cos^2\theta-\sin^2\theta=\dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$

(4) $(1+\sin\theta+\cos\theta)(1+\sin\theta-\cos\theta)=2(1+\sin\theta)\sin\theta$

153 次の式の値を求めよ。

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき，　$\sin\theta\cos\theta$，$\sin^3\theta+\cos^3\theta$　(京都産業大-経営)

(2) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のとき，$\sin^4\theta+\cos^4\theta$　(四日市大-経済)

(3) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，　$\dfrac{1}{\sin\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}$　(千葉工大)

154 (1) $135^\circ<\theta<180^\circ$ で $3\sin\theta\cos\theta=-\sqrt{2}$ のとき，$\sin\theta+\cos\theta=\boxed{\quad}$

(2) $\dfrac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=3-2\sqrt{2}$ のとき，$\cos\theta=\boxed{\quad}$　(北見工大)

(3) $\sin\theta+\sin^2\theta=1$ のとき，　$\cos^2\theta+2\cos^4\theta=\boxed{\quad}$　(昭和薬大)

(4) $0^\circ<\theta<180^\circ$ で，$\sin\theta+2\cos\theta=\sqrt{3}$ のとき，$\sin\theta=\boxed{\quad}$

155 $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，次の等式をみたす角 θ を求めよ。

(1) $2\sin\theta-\sqrt{3}=0$　　(2) $\sqrt{3}\tan\theta-1=0$

(3) $(\sin\theta-1)(2\sin\theta-1)=0$　　(4) $4\cos^2\theta=3$

(5) $2\cos(\theta-60^\circ)=1$　　(6) $2\sin^2\theta=3\cos\theta$

156 (1) $-90^\circ\leqq\theta\leqq90^\circ$ のとき，$2\sin^3\theta-5\sin^2\theta+\sin\theta+2=0$ が成り立つのは $\theta=\boxed{\quad}$ のときである。　(川崎医大)

(2) $-180^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ で，$\tan\theta=\dfrac{x}{2-x^2}$ とする。$x^2-(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。　(徳島文理大)

Back!　「セミナーノート」第 9 講座 33～36 ページ
Help!　「数学 α の完全整理」66～74 ページ

10 三角比の応用

☞ 解答は「考え方と解答」26 ページ

基本問題

157 $\triangle ABC$ において，次の場合に（ ）内の値を求めよ。ただし，R は外接円の半径である。

(1) $a=10,\ A=45^\circ,\ C=30^\circ$ $(c,\ R)$

(2) $A=60^\circ,\ R=5$ (a)

(3) $b=\sqrt{2},\ c=2,\ C=45^\circ$ $(B,\ R)$

(4) $a=2,\ b=2\sqrt{3},\ A=30^\circ$ $(B,\ c)$

(5) $a=2,\ b=2\sqrt{3},\ C=30^\circ$ (c)

(6) $b=3,\ c=2\sqrt{2},\ A=45^\circ$ (a)

(7) $a=3,\ b=7,\ c=5$ (B)

(8) $a=2,\ b=1+\sqrt{3},\ c=\sqrt{2}$ (A)

158 次の $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(1) $b=7,\ c=5,\ A=30^\circ$

(2) $a=\sqrt{3},\ b=1,\ C=120^\circ$

(3) $b=\sqrt{2},\ c=3,\ A=45^\circ$

(4) $a=3,\ b=5,\ c=7$

159 $\triangle ABC$ において，次のものを求めよ。

(1) $a=2,\ \cos A=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，外接円の半径 R

(2) $b=2,\ A:B:C=2:3:7$ のとき，a，外接円の半径 R

(3) $(b+c):(c+a):(a+b)=4:5:6$ のとき，$\sin A:\sin B:\sin C$

(4) $a:b:c=2:3:4$ のとき，$\cos A:\cos B:\cos C$

(5) $a=\sqrt{2},\ b=2,\ c=1+\sqrt{3}$ のとき，最小の角と，その大きさ

160 (1) $\triangle ABC$ において，$\angle A=60^\circ$ とする。$BC:CA:AB=k:3:2$ ならば $k=\boxed{}$ である。

(2) $\triangle ABC$ において，$\sin A:\sin B:\sin C=3:5:7$ のとき，$a:b:c=1:\boxed{}:\boxed{}$ であり，最大の内角の大きさは $\boxed{}^\circ$ である。

（関西学院大－法）

(3) 半径 10 の円に内接する $\triangle ABC$ の 3 辺の比が $a:b:c=8:5\sqrt{2}:7\sqrt{2}$ のとき，$\cos A=\boxed{}$ であり，$\triangle ABC$ の面積は $\boxed{}$ である。

（中京大）

(4) $\triangle ABC$ で，$AB=AC=4$，面積が 4 のとき，$\angle A=\boxed{}^\circ$ または $\boxed{}^\circ$ である。

161 $\triangle ABC$ において，次のものを求めよ。

(1) $a=\sqrt{6},\ b=2\sqrt{3},\ c=3+\sqrt{3}$ のとき，最小角と，その大きさ

(2) $b=2,\ c=2\sqrt{3},\ B=30^\circ$ のとき，A からの高さ AD および a

162 △ABC において，次の等式を証明せよ。

(1) $(b+c)\sin A=a(\sin B+\sin C)$　(2) $a\sin(A+C)=b\sin(B+C)$

(3) $(a-b)\sin C+(b-c)\sin A+(c-a)\sin B=0$

(4) $a(\cos B-\cos C)=(c-b)(1+\cos A)$　(5) $(a-c\cos B)\sin A=(b-c\cos A)\sin B$

(6) $a(b\cos C-c\cos B)=b^2-c^2$

163 (1) △ABC の 3 つの角 A，B，C の間に，$3\sin A=4\sin B=6\sin C$ が成り立つ。このとき $\sin B=\boxed{}$，$\cos C=\boxed{}$ である。　(神戸女子薬大)

(2) 二等辺三角形の 1 つの角が 120° で，その面積が $4\sqrt{3}$ であるとき，3 辺の長さの和は $\boxed{}$ であり，外接円の面積は $\boxed{}$ である。　(南山大－経営)

164 △ABC において，$a=13$，$b=14$，$c=15$ であるとき，次のものを求めよ。

(1) 各辺への高さ　(2) 外接円の半径　(3) 内接円の半径

165 円に内接する四角形 ABCD において，AB=5，BC=3，CD=2，∠B=60° であるとき，次のものを求めよ。

(1) AC　(2) ∠D　(3) AD

166 △ABC において，3 辺の長さ a，b，c が 2 つの条件

$$a^2=b^2+c^2,\quad \frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}=\frac{3}{a+b+c}$$

を同時に満足するとき，角 A，B，C を求めよ。　(徳島文理大－工)

167 △ABC において，BC=18，AC=15，AB=12 とする。角 A の二等分線が BC と交わる点を D とするとき，長さ AD を求めよ。　(立教大－理)

168 △ABC において，次の関係が成り立つとき，△ABC はどのような形の三角形か。

(1) $a\sin A=b\sin B$　(2) $\sin^2A+\sin^2B-\sin^2C=0$

(3) $a\cos C=c\cos A$　(4) $a\cos B-b\cos A=c$

(5) $\sin A+\sin B=\sin C(\cos A+\cos B)$

標準問題

169 △ABC において，次の等式を証明せよ。

(1) $\dfrac{a-c\cos B}{\sin B}=\dfrac{b-c\cos A}{\sin A}$

(2) $(a^2-b^2+c^2)\tan B=(a^2+b^2-c^2)\tan C$

(3) $\sin^2 B+\sin^2 C-2\sin B\sin C\cos A=\sin^2 A$ (京都教育大)

170 △ABC において，3辺の長さ a, b, c は $\dfrac{c}{a+b}+\dfrac{b}{c+a}=1$ をみたす。このとき，

(1) ∠A を求めよ。

(2) $a=\sqrt{7}c$ であるとき，$\sin B$, $\sin C$ を求めよ。 (関西大－経済)

171 △ABC において，$2b=a+c=8$ がみたされているとする。このとき，

(1) $\cos A$ を c で表せ。

(2) △ABC の面積が $3\sqrt{5}$ で，$c>a$ をみたすとき，c の値を求めよ。 (大阪市大－文系)

172 △ABC において次の関係が成り立つとき，3辺の比 $a:b:c$ を求めよ。

$$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C,\ \cos A+5\cos B+\cos C=5$$

(自治医大)

173 (1) △ABC において，∠A＋∠B＝∠C，AB＝CA²，BC＝1 であるとき，AB＝$\square$ である。

(2) 半径4の円に内接する △ABC において，$4\sin(A+C)\sin B=1$ が成り立つとき，辺 AC の長さは $\square$ である。 (千葉工大)

(3) △ABC において，AB＝AC＝$\sqrt{12}$，BC＝$\sqrt{3}$ のとき，$\cos C$ の値は $\square$ である。また，頂点 B から辺 AC に垂線 BH をひくとき，CH の長さは $\square$ である。 (北海道薬大)

174 半径 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ の円に内接する二等辺三角形 ABC において，AB＝AC＝2 とする。また，A を通るこの円の直径を AD とする。このとき，

(1) sin∠BAD＝$\square$，BC＝$\square$，△ABC の面積＝$\square$，sin∠BAC＝$\square$ である。

(2) さらに，線分 AB を 3：1 に内分する点を M，線分 AC の中点を N とするとき，

△AMN の面積＝$\square$，MN＝$\square$

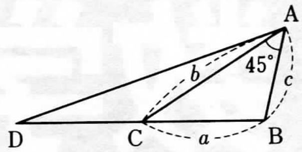
である。

175 右の図の△ABCにおいて，∠CAB＝45°，$b=\sqrt{3}+1$，$c=\sqrt{2}$ である。このとき

(1) a の長さは $\boxed{}$

(2) ∠ACB＝$\boxed{}$°

(3) AC＝DC とするとき，△ADB の外接円の半径の長さは $\boxed{}$ である。



176 長さ x，$x+1$，$x+2$ の3つの線分が三角形の3辺となるための x の範囲を求めよ。次に，これが鈍角三角形であるときの x の範囲を求めよ。 (共立女大)

177 四角形 ABCD において， AB＝1，∠ABC＝45°，∠ACB＝60°，∠BAD＝105°，∠ADB＝45° とする。このとき，対角線 AC の長さは $\mathrm{AC}=\dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$ である。また，∠ABD＝$\boxed{ウエ}$° であるから，

$\mathrm{AD}=\dfrac{\sqrt{\boxed{オ}}}{\boxed{カ}}$ であり，$\mathrm{CD}=\dfrac{\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ である。 (センター試験)

178 △ABC は ∠A＝120°，AB·AC＝1 をみたす。∠A の二等分線と BC との交点を D とする。

(1) AB＝x とおいて，AD を x で表せ。

(2) x が動くとき，AD の最大値とそのときの x を求めよ。 (北大－理系)

179 AB＝2，AC＝1，∠A＝θ の△ABC において，辺 BC を直径とする半円を BC に関して A と反対側につくる。動点 P が半円周上を動くとき，線分 AP の長さの最大値を m とする。

(1) $\theta=60°$ のとき，$m^2=\dfrac{1}{2}\left(\boxed{}+\sqrt{\boxed{}}\right)$ である。

(2) θ が $0°<\theta<180°$ で変わるとき，m は $\theta=\boxed{}$° で最大値 $\boxed{}$ をとる。 (東京薬大)

180 △ABC において，3辺 AB，BC，CA の長さがそれぞれ 1，2，x であるとする。

(1) △ABC の面積を最大にする x の値を求めよ。

(2) △ABC の内角 C を最大にする x の値と，そのときの最大値を求めよ。 (神戸大)

Back! Help! 「セミナーノート」第10,11講座 37〜44 ページ
「数学 α の完全整理」75〜86 ページ