26 三角関数

解答は「考え方と解答」76ページ

基本問題

441 θ が第1象限の角であるとき，2θ，$\dfrac{\theta}{2}$ はそれぞれ第何象限の角か。

442 次の関数のグラフをかけ。また，基本周期を求めよ。

(1) $y=2\sin(3x-45^\circ)$　$(-90^\circ \leqq x \leqq 180^\circ)$

(2) $y=3\cos\left(\dfrac{x}{2}+45^\circ\right)$　$(-90^\circ \leqq x \leqq 360^\circ)$

443 (1) $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$，$\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，$\sin\beta=-\dfrac{1}{3}$，$\cos\beta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき，α は第 $\boxed{}$ 象限の角，β は第 $\boxed{}$ 象限の角である。このとき，$\sin(\alpha+\beta)=\boxed{}$，$\cos(\alpha+\beta)=\boxed{}$ であるから，$\alpha+\beta$ は第 $\boxed{}$ 象限の角である。（北見工大）

(2) $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$ $(0^\circ \leqq \alpha \leqq 90^\circ)$，$\cos\beta=-\dfrac{4}{5}$ $(90^\circ \leqq \beta \leqq 180^\circ)$ のとき，$\sin(\alpha+\beta)=\boxed{}$，$\cos(\alpha-\beta)=\boxed{}$ である。（武蔵大－経済）

(3) $\cos\theta=-\dfrac{3}{5}$ $(180^\circ<\theta<270^\circ)$ とする。このとき，$\sin\theta$ の値は $\boxed{}$ である。したがって，$\sin 2\theta$ の値は $\boxed{}$，$\cos\dfrac{\theta}{2}$ の値は $\boxed{}$ である。（北見工大）

(4) $\tan\theta=3$ のとき，$\sin 2\theta=\boxed{}$ である。（日本大－理工）

444 $\sin\theta+\cos\theta=a$ のとき，次の式を a で表せ。

(1) $\sin 2\theta$　　(2) $\cos 2\theta$

(3) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$　　(4) $\sin^4\theta+\cos^4\theta$

445 $\tan 75^\circ+(\tan 75^\circ)^{-1}$ の値を求めよ。（自治医大）

446 $\tan\dfrac{\theta}{2}=t$ として，次の三角関数を t で表せ。

(1) $\sin\theta$　　(2) $\cos\theta$　　(3) $\tan\theta$

447 $\sin\theta=\dfrac{3}{5}$ $(0^\circ<\theta<90^\circ)$ のとき，$2\tan\theta-\tan 2\theta=\boxed{}$ であり，$\sin 3\theta+\cos 3\theta=\boxed{}$ である。

(武蔵大－経済)

448 次の式の値を求めよ。

(1) $\sin 15^\circ\cos 45^\circ$ (2) $\sin 75^\circ\sin 15^\circ$

(3) $\cos 15^\circ+\cos 75^\circ$ (4) $\sin 75^\circ-\sin 15^\circ$

(5) $\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ$ (6) $\sin 20^\circ\sin 40^\circ\sin 80^\circ$

449 次の式を $r\sin(x+\alpha)$ $(r>0)$ の形に変形し，その最大値 M および最小値 m を求めよ。

(1) $\sin x+\cos x$ (2) $\sqrt{3}\sin x+\cos x$

(3) $3\sin x+4\cos x$

450 次の関数の最大値 M および最小値 m を求めよ。

(1) $\sin(30^\circ+x)+\sin(x-30^\circ)$ (2) $\cos(60^\circ+x)+\cos x$

(3) $\sin x\sin(60^\circ-x)$ (4) $x+y=60^\circ$ のとき，$\sin x+\sin y$

451 (1) $\sin 2\theta+\cos^2\theta$ の最大値は $\boxed{}$ である。 (神奈川大－工)

(2) $0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ のとき，$\cos\theta-\sin\theta$ の最大値は $\boxed{}$，そのときの θ の値は $\boxed{}$ である。

(立教大－社会)

(3) $0^\circ<\theta<180^\circ$ のとき，$\cos 2\theta+2\cos\theta$ は，$\theta=\boxed{}$ のとき，最小値 $\boxed{}$ をとる。 (足利工大)

(4) $0^\circ\leqq x\leqq 90^\circ$ のとき，$2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1$ の最大値および最小値を求めよ。(東京農工大)

452 θ が $0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ の範囲を動くとき，$t=\dfrac{\sin\theta+2}{\sin\theta+3}$ の値の範囲は $\boxed{}\leqq t\leqq\boxed{}$ である。

(神戸女子薬大)

453 $\triangle$ABC において，次の等式が成り立つとき，三角形はどのような形をしているか。

(1) $a\cos A+b\cos B=c\cos C$

(2) $\cos(C-A)+\cos B=2\sin^2 B$

454 $0^\circ \leqq x < 360^\circ$ のとき，次の方程式を解け。

(1) $\cos x + \sqrt{3}\sin x + 1 = 0$　　(2) $1 - \cos 2x = 2\sin x$

(3) $\cos 2x - 5\cos x + 3 = 0$　　(4) $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = -1$

(5) $\tan 2x = 2\tan x$　　(6) $\tan^2 x - (\sqrt{3}+1)\tan x + \sqrt{3} = 0$

455 $0^\circ \leqq x < 360^\circ$ のとき，次の不等式を解け。

(1) $\sin x > \sin 2x$　　(2) $\cos 2x - \sin x \leqq 0$

(3) $\cos 2x < 2(\sin x - \cos x)$　　(4) $\cos 2x + 3\sqrt{3}\sin x - 4 < 0$

456 (1) $8\sin 15^\circ \sin 75^\circ = \boxed{}$，$\dfrac{2\sin 80^\circ - \cos 70^\circ}{\cos 20^\circ} = \sqrt{\boxed{}}$ である。

(2) 方程式 $3\sin^2 x - \sin 2x - 2 = 0$ の $-90^\circ < x < 90^\circ$ における解を x_1，x_2 とするとき，$\tan(x_1 + x_2) = \boxed{}$ である。 (東京理大－理)

457 (1) 1辺の長さが1の正八角形の内接円の半径を求めよ。 (東京女子医大)

(2) 角Aが直角である △ABC に内接する円の半径は 1，また，辺 AB の長さは5である。このとき，辺 BC の長さは $\boxed{}$，この三角形の面積は $\boxed{}$ である。 (青山学院大－国際)

標準問題

458 $A = x\cos^2\theta + y\sin^2\theta$，$B = x\sin^2\theta + y\cos^2\theta$ のとき，次の式を証明せよ。

(1) $x + y = A + B$　　(2) $xy \leqq AB$

(3) $x^2 + y^2 \geqq A^2 + B^2$

459 (1) $45^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき，$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{17}{13}$ とする。このとき，$\sin\theta\cos\theta = \boxed{}$，$\tan\theta = \boxed{}$ である。 (西南学院大)

(2) $y = \dfrac{\tan 3\theta}{\tan\theta}$ を t $(\tan\theta = t)$ で表せば $y = \boxed{}$，$0^\circ < \theta \leqq 45^\circ$ のとき，y のとりうる値の範囲は $\boxed{}$ である。 (昭和薬大)

(3) $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき，$\sin^6\theta + \cos^6\theta$ がとる値の範囲を求めよ。 (東京学芸大)

460 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ かつ $\cos 3\theta = \sin 2\theta$ をみたす θ に対して，$\sin\theta$ および $\cos\theta$ の値を求めよ。 (奈良女大－理・家政)

461 $0^\circ<\alpha<90^\circ$, $0^\circ<\beta<90^\circ$ とする。このとき，$\cos\alpha=2\cos\beta$, $\sin\beta=2\sin\alpha$ ならば，$\alpha+\beta=90^\circ$ であることを示せ。 (宇都宮大)

462 $\theta=22.5^\circ$ とおくと，$\tan 45^\circ=\dfrac{\boxed{}\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ である。$\tan\theta>0$ であるから $\tan\theta=\sqrt{\boxed{}}-1$ である。これより，2次方程式 $x^2-2x\tan^2\theta-2\tan\theta=0$ の解は

$$x=\boxed{}-2\sqrt{\boxed{}}\pm(\sqrt{\boxed{}}-\sqrt{\boxed{}})$$

となる。 (東北工大)

463 A, B, C は正数とする。すべての x について，$A\sin(x+\alpha)+B\sin(x+\beta)=C\sin(x+\gamma)$ が成り立つとき，

(1) C を A, B, α, β で表せ。

(2) $C\sin(\gamma-\alpha)=B\sin(\beta-\alpha)$ であることを示せ。 (茨城大－理工)

464 (1) 不等式 $\cos^2x+4\sin x+a\leqq 2$ がつねに成り立つような定数 a の範囲を求めよ。 (長崎総合科学大)

(2) $0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ で $\sin\theta+a\cos\theta+2a+1=0$ をみたす θ が2つ存在する a の範囲は $\boxed{}$ である。 (西日本工大)

465 (1) $x=45^\circ$, $y=135^\circ$ のとき，$|\sin(x+y)|$, $\sin x+\sin y$, $2\sin\dfrac{x+y}{2}$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $0^\circ<x<y<180^\circ$ のとき，不等式 $|\sin(x+y)|<\sin x+\sin y<2\sin\dfrac{x+y}{2}$ が成り立つことを証明せよ。 (横浜国大－経済)

466 次の不等式を解け。

(1) $0^\circ\leqq\theta<90^\circ$ のとき，$\cos 5\theta+\cos 3\theta+\cos\theta<0$ (佐賀大－教育)

(2) $-180^\circ\leqq x\leqq 180^\circ$ のとき，$|\cos x|\leqq\sin|x|$ (神戸学院大－薬)

467 次の方程式を解け。ただし，$0^\circ\leqq x<360^\circ$ とする。

(1) $\cos 2x+\sin 2x+2(\sin x-\cos x)=3$ (宮城教育大)

(2) $\sin x+\sin^2x+\sin^3x=\cos x+\cos^2x+\cos^3x$ (東邦大－理)

468 (1) $\cos\theta=x$, $\sin\theta=y$ とおくとき，

(ア) $\cos 2\theta$, $\sin 2\theta$ をそれぞれ x, y で表せ。

(イ) $\cos 3\theta$ を x で表し，$\sin 3\theta$ を y で表せ。

(2) θ の関数 $f(\theta)=3\sqrt{3}\sin\theta+3\cos\theta-4\sqrt{3}\sin^3\theta-4\cos^3\theta$ の最大値を求めよ。また，その最大値を与える θ を1つ求めよ。 (明治大－政経)

469 x, y は $0°\leqq x\leqq 90°$, $0°\leqq y\leqq 90°$ の範囲にあり，$\cos x+\cos y=1$ をみたしているとする。

(1) $x-y$ の最大値，最小値を求めよ。

(2) $\cos\dfrac{x+y}{2}$ の最大値，最小値を求めよ。

(3) $\sin x+\sin y=\tan\dfrac{x+y}{2}$ となることを示して，$\sin x+\sin y$ の最大値，最小値を求めよ。 (岡山大)

470 $\triangle$ABC において，$\angle A=60°$ であるとする。

(1) $\sin B+\sin C$ のとりうる値の範囲を求めよ。

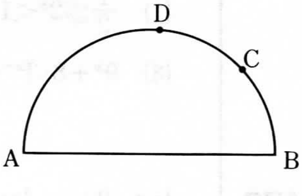
(2) $\sin B\sin C$ のとりうる値の範囲を求めよ。 (一橋大)

471 1辺の長さが1の正三角形 ABC において，辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 A$'$, B$'$, C$'$ を $\angle$A$'$AB$=\angle$B$'$BC$=\angle$C$'$CA$=\theta$ (ただし，$0°<\theta<30°$) であるようにとる。線分 AA$'$ と BB$'$ の交点を P, BB$'$ と CC$'$ の交点を Q, CC$'$ と AA$'$ の交点を R とする。

(1) $x=\overline{\mathrm{AP}}$ と $y=\overline{\mathrm{BP}}$ を $\sin\theta$, $\cos\theta$ で表せ。

(2) $\triangle$PQR の面積 S を $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ で表せ。 (関西学院大－商)

472 AB を直径とする円周上に，図のように点 C, D があり，AD$=2$, BC$=$CD$=1$ であるとする。直径 AB を求めよ。 (学習院大－経済)



473 長さ2の線分 AB を直径とする円がある。円周上の1点を P とする。

(1) $\angle$PAB$=\theta$ とするとき，2AP$+$BP を θ を用いて表せ。

(2) 2AP$+$BP の最大値を求めよ。また，そのときの $\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。 (鳥取大－教育)

Back! Help!

「セミナーノート」第25講座 97～100 ページ
「数学 α の完全整理」188～201 ページ