数学II

23 直線の方程式

解答は「考え方と解答」65 ページ

基本問題

377 次の3点を頂点とする △ABC の3辺の長さを求めよ。また，△ABC はどのような三角形であるかを調べよ。

(1) A(4, 3)，B(1, 2)，C(2, 5)

(2) A(−1, 0)，B(1, $2\sqrt{3}$)，C(2, $\sqrt{3}$)

(3) A(−1, −1)，B(3, −1)，C(1, 1)

378 次の点の座標を求めよ。

(1) A(1, −8)，B(6, 2) を結ぶ線分を 3：2 に内分する点，外分する点

(2) A(−2, 4)，B(3, −6) を結ぶ線分を 1：2 に内分する点，外分する点

(3) A(−2, −5)，B(28, 13) を結ぶ線分の中点，3等分点

379 次の3点を頂点とする △ABC の重心の座標，および △ABC の面積を求めよ。

(1) A(0, 0)，B(−2, 6)，C(5, 9)

(2) A(−2, 2)，B(−1, 7)，C(6, 3)

380 ▱ABCD において，A(2, 1)，B(3, 6)，C(5, 4) とするとき，対角線の交点Mおよび頂点Dの座標を求めよ。

381 2点 A(2, 4)，B(0, 2) がある。△ABC が正三角形であるときの，点Cの座標を求めよ。

382 次の直線の方程式を求めよ。

(1) 点 $(2,\ 3)$ を通り，傾きが -4

(2) 点 $(-3,\ 4)$ を通り，x 軸の正の向きとなす角が 60°

(3) 点 $(-2,\ 1)$ を通り，直線 $3x+y-2=0$ に平行な直線と垂直な直線

(4) 点 $(3,\ 5)$ を通り，x 軸に平行な直線と y 軸に平行な直線

(5) 2点 $(2,\ 2)$，$(4,\ 1)$ を通る。

(6) 2点 $(3,\ 0)$，$(0,\ 4)$ を通る。

383 次の3点が同一直線上にあるように k の値を定めよ。

(1) $(1,\ 2)$，$(k,\ 4)$，$(4,\ 9)$　　(2) $(1,\ 3)$，$(3,\ 4)$，$(k+1,\ k-1)$

(3) $(2,\ 5)$，$(k,\ 3)$，$(0,\ k)$　　(4) $(2,\ 4)$，$(-3,\ 5)$，$(3-k^2,\ 2k-1)$

384 次の3直線の2つずつの交点の座標と，その3点でできる三角形の面積を求めよ。

(1) $x-2y=2$，$x+5y=9$，$4x-y=-6$

(2) $x+2y+4=0$，$3x-y+5=0$，$5x+3y-1=0$

385 次の2点を結ぶ線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めよ。

(1) $\mathrm{A}(3,\ -1)$，$\mathrm{B}(-3,\ 5)$　　(2) $\mathrm{A}(-4,\ 9)$，$\mathrm{B}(4,\ -1)$

386 次の直線は，k がどのような実数値をとってもつねに定点を通る。この定点の座標を求めよ。

(1) $(2+k)x+(1+4k)y=2k-3$　　(2) $(4k+1)x-(k+1)y-10k+5=0$

387 次の2直線が平行となるように定数 a を定めよ。また，垂直となるように a を定めよ。

(1) $ax-y-5=0$，$(2a+3)x-y+3=0$

(2) $x+ay+1=0$，$ax+(a+2)y+2=0$

388 次の点から直線までの距離を求めよ。

(1) 点 $(0,\ 0)$ と直線 $4x+3y-5=0$

(2) 点 $(-3,\ 2)$ と直線 $2x-3y+6=0$

(3) 点 $(-2,\ 1)$ と直線 $y=\dfrac{1}{2}x+1$

標準問題

389 (1) 2点 A$(5,\ 20)$，B$(6,\ -30)$ を結ぶ直線と x 軸との交点は線分 AB を $2:\boxed{}$ に内分する点であり，交点の座標は $(\boxed{},\ 0)$ である。 （武蔵大－経済）

(2) 点 A$(6,\ 1)$ を通り直線 $l:2x-y-1=0$ に垂直な直線は，方程式が $y=\boxed{}$ で，l との交点の座標は $\boxed{}$ である。また，直線 l に関して点 A と対称な点の座標は $\boxed{}$ である。 （東海大－医）

390 3点 O$(0,\ 0)$，A$(5,\ 2)$，B$(x,\ y)$ を頂点とする △OAB の垂心が H$(3,\ 1)$ であるとする。そのとき，AB の傾きは $\boxed{}$ であり，OB の傾きは $\boxed{}$ である。また，$x=\boxed{}$，$y=\boxed{}$ である。 （慶大－経済）

391 a を定数とする。直線 $l:ax+y=2a+1$ が直線 $2x+3y=1$ に平行になるのは a が $\boxed{}$ のときであり，垂直になるのは a が $\boxed{}$ のときである。また，a がどんな値であっても，直線 l はつねに点 $\boxed{}$ を通る。 （京都産業大－経営）

392 (1) 定数 a は $a<2$ の範囲にあるとする。このとき，3直線 $y=2x-4$，$y=ax-a^2$，$x=0$ によって囲まれる三角形の面積が $\dfrac{9}{2}$ となるような a の値は $a=\boxed{}$ または $a=\boxed{}$ である。 （東京薬大）

(2) 3点 $(0,\ 1)$，$\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$，$(1,\ 0)$ を頂点とする三角形を，原点を通る直線で切り，その面積を2等分する直線の傾き m を求めよ。 （自治医大）

393 x と y についての，実数係数の2次式 $ax^2+y^2+5xy+bx+y+c$ が $2x+y-1$ で割り切れるとき，$a=\boxed{}$，$b=\boxed{}$，$c=\boxed{}$ である。このとき，

$$ax^2+y^2+5xy+bx+y+c=0$$

のグラフは2直線で，その交点の座標は $(\boxed{},\ \boxed{})$ である。 （近畿大－理工）

394 次の連立方程式を同時に満足する $(x,\ y)$ を座標にもつ点が，平行四辺形の4頂点になっている。

$$(x+2y-6)(x-3y-1)=0,\quad (ax-y-9)\left(\frac{x}{a}-y+b\right)=0$$

(1) 平行四辺形の対角線の交点の座標を求めよ。

(2) a と b の値を求めよ。 （中央大－法）

395 直線 $y=ax$ $(a>0)$ と x 軸のなす第1象限の角を2等分する直線を $y=bx$ とする。$y=ax$ と $y=1$ の交点を A，$y=bx$ と $x=1$ の交点をBとする。2点A，Bを通る直線 L と直線 $y=bx$ は直交している。a，b および直線 L を求めよ。

（青山学院大－国際）

396 平面上に，3点 O(0, 0)，A(12, 5)，B(3, 4) がある。∠AOB の内部に x，y 両座標ともに正の整数の点 P$(x,\ y)$ をとり，∠AOP＝∠POB となるようにする。このような点Pのうち原点にもっとも近いものは $x=\square$，$y=\square$ を座標とする点である。

（青山学院大－理工）

397 座標平面上の3点 $\mathrm{A}(a,\ -2a-4)$，$\mathrm{B}(a+1,\ -2a-6)$，$\mathrm{C}\left(b,\ b+\dfrac{1}{b}\right)$ を頂点とする三角形の面積を S とする。a がすべての実数，b がすべての正の実数の範囲で動くとき，S の最小値を求めよ。

（大阪市大－商経）

398 (1) 点 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$ から直線 $l:ax+by+c=0$ におろした垂線の長さは $\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ であることを証明せよ。

(2) 点 (2, 1) を通る直線で，点 (5, 3) からの距離が2であるものの方程式を求めよ。

399 座標平面上に3本の直線

$$x+y+1=0 \cdots ① \qquad ax-y-2a+2=0 \cdots ② \qquad x-ay+2a-2=0 \cdots ③$$

がある。これらの直線は定数 a の値が $\pm\square$ 以外のときは三角形をつくる。このとき，直線①と直線②の交点をAとし，直線①と直線③の交点をBとし，直線②と直線③の交点をCとすると，点Aの座標は $\left(\dfrac{\square a-3}{a+1},\ \dfrac{\square-3a}{a+1}\right)$ となり，点Cと直線①との距離は $\dfrac{5}{2}\sqrt{\square}$ となる。さらに，△ABC の面積は $\dfrac{\square}{2}\left|\dfrac{a-1}{a+1}\right|$ であるから，△ABC＝25 のときは $a=\square$ または $a=\dfrac{1}{\square}$ である。また，$a=\square$ のとき，△ABC は直角三角形となる。

（早大－商）

400 直線 $y=1$ 上を動く点 $\mathrm{P}(p,\ 1)$ がある。直線 $y=ax$ に関して点Pと対称な点を $\mathrm{Q}(q,\ r)$ とする。

(1) q，r を a，p で表せ。

(2) 点Pが第1象限内で動くとき，点Qも第1象限にあるための p の範囲を求めよ。

（同志社大－神・文）

Back! Help!

「セミナーノート」第21講座 81〜84 ページ
「数学 α の完全整理」166〜175 ページ

24 円の方程式

☞解答は「考え方と解答」68ページ

基本問題

401 次の円の方程式を求めよ。

(1) 中心が $(3,\ -4)$ で，半径1　(2) 中心が $(-2,\ 3)$ で，原点を通る

(3) 中心が $(-2,\ 4)$ で，x 軸に接する　(4) 2点 $(4,\ 5)$，$(2,\ -3)$ を直径の両端とする

(5) 3点 $(8,\ 4)$，$(3,\ -1)$，$(6,\ 8)$ を通る　(6) 点 $(2,\ 1)$ を通り，両軸に接する

(7) 2点 $(5,\ 1)$，$(-2,\ 8)$ を通り，x 軸に接する

(8) 2点 $(2,\ -1)$，$(-2,\ -3)$ を通り，x 軸上に中心をもつ

402 次の式で表される円の中心の座標と半径を求めよ。

(1) $x^2+y^2-6x-8y=0$　(2) $x^2+y^2+8x=0$

(3) $x^2+y^2-2x+y-3=0$　(4) $2x^2+2y^2+4x-6y+1=0$

403 次の円の方程式を求めよ。

(1) 直線 $x=1$ に関して円 $x^2+y^2=4$ と対称な円

(2) $x^2+y^2-4x-8y-5=0$ と中心が同じで，y 軸に接する円

(3) 中心が直線 $y=x+5$ 上にあり，原点と点 $(1,\ 2)$ を通る円

404 (1) 3直線 $2x-y=3$，$4x+3y=1$，$-x+3y=11$ によってつくられる三角形の頂点の座標を求めよ。

(2) (1)でつくられた三角形の外接円の方程式を求めよ。

405 方程式　$x^2+y^2+2x-4y+k=0$ が円を表すように，定数 k の値の範囲を定めよ。

406 次の直線と円の位置関係（2点で交わる，接する，共有点をもたない）を調べ，共有点がある場合には，その点の座標を求めよ。

(1) $x+y=1$，$x^2+y^2=1$　(2) $x-y=2$，$x^2+y^2=2$

(3) $2x+y-2=0$，$x^2+y^2-6x-4y+9=0$　(4) $x+2y+6=0$，$x^2+y^2+2x-4y=0$

407 次の円と直線が共有点をもつように，定数 k の値の範囲を定めよ。

(1) $x^2+y^2=25$, $y=3x+k$　　(2) $x^2+y^2=4$, $y=kx+4$

408 次の直線が円によって切りとられる弦について，弦の中点の座標，弦の長さを求めよ。

(1) $x+y=1$, $x^2+y^2=4$　　(2) $y=x+1$, $x^2+y^2=8$

409 次の円で，与えられた点における接線の方程式を求めよ。

(1) $x^2+y^2=4$, $(1,\ -\sqrt{3})$　　(2) $x^2+y^2=5$, $(-1,\ 2)$

(3) $x^2+y^2=9$, $(2,\ \sqrt{5})$　　(4) $x^2+y^2=16$, $(0,\ -4)$

410 次の接線の方程式を求めよ。

(1) 直線 $2x+y=5$ に平行な円 $x^2+y^2=10$ の接線

(2) 原点から円 $x^2+y^2-2x-6y+8=0$ にひいた接線

標準問題

411 次の円の方程式を求めよ。

(1) 中心が $(0,\ 2)$ の円で，x 軸と交わり，かつ，x 軸との交点における接線が x 軸と 45° の角で交わる。

(2) 2点 $(0,\ 2)$，$(1,\ 1)$ を通る円で，x 軸と交わり，かつ x 軸との交点における接線が x 軸と 45° の角で交わる。

(同志社大－法)

412 xy 平面において，点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ は円 $x^2+y^2=1$ 上にあり，点 $\mathrm{A}(1,\ 0)$ とは異なるとする。

(1) Pを中心とし半径が $\dfrac{1}{2}\mathrm{PA}$ の円の方程式を a, b を用いて表すと $\boxed{}$ となる。この円が x 軸と共有点をもつような a の値の範囲は $\boxed{} \leqq a \leqq \boxed{}$ である。a がこの範囲を動くとき，点Pのえがく弧の長さは $\boxed{}$ となる。

(2) (1)の円が x 軸と相異なる2点Q，Rで交わり，△PQR が正三角形となるとき，a の値を求めよ。

(京都産業大－経営)

413 点 $\mathrm{A}(-2,\ -2)$ と円 $C：x^2+y^2=1$ がある。

(1) 点Aを通り円 C に接する直線の方程式を求めよ。

(2) 点Aを通る直線のうち，円 C によって切りとられる弦の長さが1であるような直線の方程式を求めよ。

414 (1) 円 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 上の点 $P(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は

$$(x_1-a)(x-a)+(y_1-b)(y-b)=r^2$$

であることを証明せよ。

(2) 円 $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ 上の点 $(5,\ 1)$ における接線の方程式を求めよ。

(3) 点 $(-4,\ 1)$ から円 $x^2+y^2-4x-2y-4=0$ にひいた接線の方程式を求めよ。

415 直線 $y=mx$ は，円 $(x-5)^2+y^2=3^2$ と2点 A，B で交わり，OA=AB（O は原点）であるとする。このときの m の値はいくらか。 （立教大－経済）

416 2つの直線 $2x-3y+26=0$，$x+y-17=0$ の交点を A とし，原点 O からこの2直線にひいた垂線の足をそれぞれ B，C とする。

(1) 4点 A，B，O，C を通る円の方程式を求めよ。

(2) 四角形 ABOC の面積を求めよ。

417 2つの円 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$，$x^2+y^2+4x+4y-17=0$ がある。

(1) この2つの円は2点で交わることを示し，その2交点を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 共通弦の長さを求めよ。

(3) 2つの交点と原点を通る円の方程式を求めよ。

418 点 O(0, 0) を中心とし半径2の円を A，点 (4, 0) を中心とし半径1の円を B とする。A と B に共通な接線の方程式を求めよ。 （早大－教育）

419 点 A(2, 4) から円 $x^2+y^2=2$ へ2本の接線をひく。2つの接点を，x 座標の小さい方から P，Q とすると，P，Q の座標は P($\boxed{\quad}$, $\boxed{\quad}$)，Q($\boxed{\quad}$, $\boxed{\quad}$) である。また，直線 PQ の方程式は $\boxed{\quad}x+\boxed{\quad}y=1$ であり，△APQ の面積は $\boxed{\quad}$ である。 （西南学院大－文・経済）

Back!
Help!

「セミナーノート」第23講座 89～92 ページ
「数学 α の完全整理」176～181 ページ

25 軌跡と領域

解答は「考え方と解答」73 ページ

基本問題

420 次の条件をみたす点 $P(x,\ y)$ の軌跡を求めよ。

(1) 2点 $O(0,\ 0)$，$A(15,\ 0)$ からの距離の比が $PO:PA=1:2$ である点P

(2) 2点 $A(-2,\ 0)$，$B(2,\ 0)$ のとき，$PA\perp PB$ である点P

(3) 3点 $A(0,\ 0)$，$B(1,\ 0)$，$C(2,\ 0)$ のとき，$PA^2+PB^2=2PC^2$ である点P

421 次の条件をみたす点Pの軌跡を求めよ。

(1) 点 $A(1,\ 3)$ と直線 $x-2y-1=0$ 上の動点Qを結ぶ線分 AQ の中点P

(2) 点 $A(2,\ 0)$ と円 $x^2+y^2=1$ 上の動点Qを結ぶ線分 AQ の中点P

422 aが実数値をとって変わるとき，次の円の中心はどのような図形上にあるか。

(1) $x^2+y^2-2ax-2ay=4-2a^2$

(2) $x^2+y^2-2(2a+1)x+2ay+10a^2=0$

423 直線 $y=x+k$ が放物線 $y=-x^2+kx-2$ と異なる2点 P，Q で交わっている。

(1) 実数kの範囲を求めよ。

(2) 線分 PQ の中点を $R(X,\ Y)$ とするとき，X，Y をkを用いて表せ。

(3) kが(1)で求めた範囲で変化するとき，点Rはどのような図形をえがくか。

424 原点Oを通る直線 $y=mx$ が，定円 $x^2+y^2-4x-4y+4=0$ によって切りとられる弦PQの中点Mは，どのような図形をえがくか。

425 次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $(x+y+1)(x-y-1)>0$

(2) $x(2x-3y-3)<0$

(3) $x^2\leqq y\leqq x+2$

(4) $(x-y+1)(x^2+y^2-1)\leqq 0$

(5) $(x^2+y^2-4)(x^2+y^2-4x)(x-1)<0$

426 (1) $x \geqq 0$, $y \geqq 0$, $x+2y \leqq 4$, $2x+y \leqq 4$ のとき, $x+y$ の最大値は $\boxed{}$ である。

(2) $x+y \leqq 9$, $0 \leqq y \leqq 2x$ のとき, $x+2y$ の最大値は $\boxed{}$ である。 (千葉工大)

427 (1) $x^2+y^2=1$ のとき, $2x-y$ の最大値は $\boxed{}$ である。 (神奈川大－工)

(2) $(x-2)^2+(y-2)^2=1$ のとき, $x+y$ の最小値は $\boxed{}$, 最大値は $\boxed{}$ である。 (西日本工大)

(3) $x^2+y^2 \leqq 1$, $y \geqq 0$ のとき, $\sqrt{3}x+y$ の最大値は $\boxed{}$, 最小値は $\boxed{}$ である。 (工学院大)

428 隣りあう辺の長さが x, y である長方形がある。x, y について, $3x+5y \leqq 15$, $2x+y \leqq 4$ なる関係があるとき,

(1) 周の長さ L の最大値と, それを与える x, y の値を求めよ。

(2) 面積 S の最大値と, それを与える x, y の値を求めよ。 (同志社大－経済)

標準問題

429 正方形 ABCD の内部に動点Pをとるとき, $PA^2+PB^2=3(PC^2+PD^2)$ が成立する。点Pはどのような図形上を動くか。 (大阪歯大)

430 2定点 O(0, 0), A(a, 0) ($a>0$) に対して AP : PO＝2 : 1 であるように点Pは動くものとする。

(1) 点Pの軌跡を求めよ。

(2) 点Aを通って点Pの軌跡に接する直線の方程式を求めよ。 (成城大－経済)

431 長さ l の線分 AB の両端 A, B がそれぞれ直角 XOY の2辺 OX, OY の上を動くとき, AB の中点Pはどのような図形上にあるか。

432 y 軸上の定点 A(0, 2) を通り, x 軸を2点 B, C で切る円をえがく。BC＝4 となるようにするとき, 円の中心Pのえがく図形を求めよ。

433 2直線 $y=a(x-1)$, $y=a^2x$ の交点が x 軸, y 軸および直線 $x+y=2$ で囲まれた領域の内部（境界を含まない）にあるための, a の値に関する必要十分条件を求めよ。

434 連立不等式 $x \geqq 0$, $x-y \geqq 1$, $y \geqq -2$, $2x+y \leqq 2$ の表す領域内を点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が動くとき，$-ax+y$ の最大値を $f(a)$ とする。$-3 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $y=f(x)$ のグラフをかけ。 (日本女大)

435 座標平面上の点の集合

$$A=\{(x,\ y)\,|\,(x-1)^2+y^2<25\},\ B=\{(x,\ y)\,|\,(x+1)^2+y^2<25\}$$
$$C=\{(x,\ y)\,|\,|x|<a,\ |y|<a\}$$

について，$C \subset A \cup B$ をみたす a の最大値を求めよ。 (芝浦工大)

436 $y=bx^2+2x$ と $y=x^2+ax+3$ のグラフが共有点をもたないための a, b のみたす条件を求め，$(a,\ b)$ の領域を図示せよ。 (神戸女大－文・家政)

437 $t \geqq 0$ とし，xy 平面上に不等式 $(x-t+4)^2+y^2 \leqq 15$, $x^2+(y-2t+18)^2 \leqq 5$ の表す領域をそれぞれ $P(t)$, $Q(t)$ とする。

(1) $P(t)$ と $Q(t)$ が共有点をもつ t の範囲を求めよ。

(2) $P(t)$ と $Q(t)$ の交わり $P(t) \cap Q(t)$ の面積の最大値を求めよ。 (東邦大－理)

438 点 $(x,\ y)$ が領域 $3x^2-2xy+3y^2+2x-6y+1 \leqq 0$ を動くとき，$x+y$ の最大値は $\boxed{}$，最小値は $\boxed{}$ である。 (芝浦工大)

439 $x^2+y^2 \geqq 1$, $x^2+(y+1)^2 \leqq 1$, $2|x| \leqq \sqrt{3}$ を同時にみたす点 $(x,\ y)$ の集合を A とする。

(1) 集合 A を座標平面上に図示せよ。

(2) 円 $x^2+(y+1)^2=1$ と直線 $x+y=k$ が接するときの k の値と接点の座標を求めよ。

(3) 点 $(x,\ y)$ が集合 A の点を動くとき，$x+y$ の最大値と最小値を求めよ。 (聖徳学園岐阜教育大)

440 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が円 $x^2+y^2-x-y-1=0$ の周上と内部全体を動くとき，点 $\mathrm{Q}(x+y,\ xy)$ の動く範囲を図示せよ。 (大阪歯大)

Back! Help!

「セミナーノート」第24講座 93～96 ページ
「数学 α の完全整理」182～187 ページ