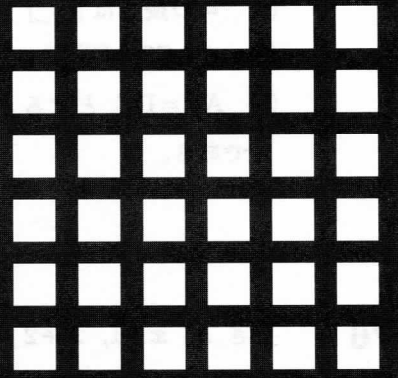


数学 A



11

式の計算

さくらの個別指導

25.08.22

さくら教育研究所

☞ 解答は「考え方と解答」32 ページ

基本問題

181

次の式を簡単にせよ。

- (1) $3 - \{2x - (7x^2 + 2)\} - (4 - x + 2x^2)$
 (2) $\{x - (3x^2 - 4)\} - \{x^2 - (7 - 4x)\} - \{2 - (3x - 2x^2)\}$
 (3) $12x - \{4y - 3\{-3x - (3x - 2y - 5z) - 2z\}\}$

182

$A = 2x^2 - xy + 3y^2$, $B = x^2 - 2xy - 5y^2$, $C = -3x^2 - xy + 2y^2$ のとき, 次の式を計算せよ。

- (1) $B - (C - A)$ (2) $2B - \{C + 2(B - A)\}$

183

次の式を計算せよ。

- (1) $(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4} + 2x) + (-\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2})$ (2) $6a^3b^4 \times (-4a^2b^3) \times (-\frac{3}{4}a^2b)$
 (3) $\frac{2}{3}xy^2(36x^4y - \frac{9}{4}x^3y^2 - \frac{5}{4}xy^3)$ (4) $(6x^3y - 8x^2y^2 - 16xy^3) \div (-4xy)$

184

次の式を展開せよ。

- (1) $(4x - y)(y + 4x)$ (2) $(xy + 6)(xy + 7)$
 (3) $(a + b + c)^2$ (4) $(x - 2y + z)^2$
 (5) $(2a - 3b - c)^2$ (6) $(x + y + z)(x + y - z)$
 (7) $(x - y + 2z)(x + y - 2z)$ (8) $(x^2 - x + 2)(x^2 - x - 5)$
 (9) $(-x + 1)^3$ (10) $(2a - 3)^3$
 (11) $(-x + 2a)^3$ (12) $(2xy + 1)^3$

185 次の式を展開せよ。

(1) $(x+1)(x+2)(x+3)$

(2) $(x-1)(x+1)(x^2+1)$

(3) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)$

(4) $(a+b)^2(a-b)^2$

(5) $(x+1)(x-1)(x-2)(x-4)$

(6) $(a-1)^2(a^2+a+1)^2$

(7) $(x^2-x+1)(x^2+x+1)$

(8) $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

186 次の式を因数分解せよ。

(1) $xy-yz+xz-y^2$

(2) $x^2+y^2-z^2+2xy$

(3) $27x^2-3(y-z)^2$

(4) $2ax^2-20axy+50ay^2$

(5) $(x+y)^2+3(x+y)+2$

(6) $x^2+(3y+2)x+(y+1)(2y+1)$

(7) $6x^2-7xy-20y^2$

(8) $25xy^2+60xy+36x$

(9) $x^2+2xy+y^2-x-y-2$

(10) $36(x+y)^2-60(x+y)+25$

187 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4+8x

(2) $64x^3-27y^3$

(3) $(a-b)^3+8c^3$

(4) $1-(x-y)^3$

(5) x^3+x^2+x+1

(6) x^3+3x^2-3x-1

(7) x^4-13x^2+36

(8) x^6-7x^3-8

(9) a^6+b^6

(10) $(a-b)(a-b-3)+2$

188 次の式を計算せよ。

(1) $(2x^3+x+4) \div (x^2-x+2)$

(2) $(4x^3+4x^2+3x+2) \div (2x-1)$

(3) $(x^4+x^3+x+1) \div (x^2-x+1)$

(4) $(2x^3+3x^2y-8xy^2+3y^3) \div (x^2+2xy-3y^2)$

189 (1) $x^4+x^3+ax^2+bx+4$ が $(x-2)^2$ で割り切れるとき、 $a=\square$, $b=\square$

(2) $x^4+ax^3+bx^2$ を x^2-3x+2 で割った余りが $-6x+8$ ならば、 $a=\square$, $b=\square$

190 $x+y=3$, $x^2+y^2=8$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) xy

(2) x^3+y^3

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

(4) $(x^2-2)(y^2-2)$

(5) x^4y+xy^4

標準問題

191

次の式を展開せよ。

- (1) $(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$
 (2) $(a+b+c)^2 + (b+c-a)^2 + (c+a-b)^2 + (a+b-c)^2$
 (3) $(a+b+c)^3 - (b+c-a)^3 - (c+a-b)^3 - (a+b-c)^3$

192

- (1) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab) = a^3+b^3+c^3-3abc$ であることを示せ。
 (2) $(x+y-1)(x^2-xy+y^2+x+y+1)$ を展開せよ。

193

次の式を因数分解せよ。

- (1) $(x^2+3x-2)(x^2+3x+4) - 16$ (2) $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$
 (3) $(a^2-b^2)^2 - 2(a^2+b^2)c^2 + c^4$ (4) $xyz + xy - 2yz - zx - x - 2y + 2z + 2$
 (5) $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$ (6) $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

194

$a+b+c=p$, $bc+ca+ab=q$, $abc=r$ とするとき, 次の式を p , q , r で表せ。

- (1) $a^2+b^2+c^2$ (2) $a^3+b^3+c^3$ (3) $(b+c)(c+a)(a+b)$

195

4つの実数 a, b, c, d の間に $a^2+b^2=1$, $c^2+d^2=1$, $ac+bd=0$ という関係があるとき, 次の式の値を求めよ。

- (1) a^2+c^2 (2) b^2+d^2 (3) $ab+cd$

196

整式 $f(x)$ と $g(x)$ をそれぞれ x^2+1 で割った余りが等しいとき $f(x) \equiv g(x)$ と書く。このとき

- (1) $(x+3)(2x+3) \equiv \square x + \square$ (2) $(x+1)(\square x + \square) \equiv 7x+1$

である。

(朝日大-歯)

197

- (1) 2つの整式 x^2-x-6 , x^2+ax+b がある。その最大公約数は $x-3$ で, 最小公倍数は $x^3-3x^2-4x+12$ であるとき, 定数 a, b を求めよ。 (日本歯大)

- (2) x, y についての2つの整式があって, それらの最大公約数が $x-y$, 積が $4x^3-6x^2y+2y^3$ であるとき, 2つの整式は $ax^2-bxy-cy^2$ と $dx-2y$ である。このとき,
 $a=\square, b=\square, c=\square, d=\square$ である。

198 $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ であるとき, 次の式の値を求めよ。

(1) $bc+ca+ab$

(2) $a^4+b^4+c^4$

199 (1) 0, 1 と異なる a, b, c が $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=1$ をみたすとき, $c+\frac{1}{a}=\square$, $abc=\square$ である。

(東北工大)

(2) x, y, z が $x+y+z=6$, $x^2+y^2+z^2=18$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{9}{4}$ をみたすとき, $x^3+y^3+z^3$ の値は \square である。

(東北学院大-工)

200 2つの整式 $x^2+ax-2a^2$, $x^2+(b-2)x-2b$ の最小公倍数が x^3-4x^2+x+6 となるとき, $a=\square$, $b=\square$ である。

(工学院大)

201 (1) x についての2次の整式 $P(x)$ と3次の整式 $Q(x)$ があって, その最大公約数が $x+1$, 最小公倍数が $x^4+3x^3+x^2-3x-2$ である。 $P(x)$ と $Q(x)$ を求めよ。

(熊本商大)

(2) $f(x)=x^3+ax^2-4bx+10$ と $g(x)=x^2+3x-10$ の最大公約数が1次式となる正の整数 a, b の値を求めよ。

(関西大-経済)

202 多項式 $h(x, y)=x^2y-xy^2+x-y+M$ (M は定数) について,

(1) x^2y-xy^2+x-y を因数分解せよ。

(2) M がいかなる値であっても, $h(x, y)=(ax^2+bx+c)(dy^2+ey+f)$ という形に因数分解できないことを証明せよ。(ただし, a, b, c, d, e, f は定数)

(3) $h(x, y)=(Axy+Bx+Cy+D)(Ex+Fy+G)$ の型に因数分解できるために定数 M がみたすべき必要十分条件を求めよ。(ただし, A, B, C, D, E, F, G は定数)

203 多項式 $f(x)$ がすべての実数 x に対して $f(x+2)-2f(x+1)+f(x)=2x$ をみたすとき,

(1) $f(x)$ の次数は3であることを証明せよ。

(2) さらに, $f(0)=1$, $f(1)=0$ である場合に $f(x)$ を求めよ。



Back!
Help!

「セミナーノート」第13講座 49~52 ページ
「数学 α の完全整理」88~98 ページ

基本問題

204 次の式を $a\sqrt{b}$ の形にせよ。

- (1) $\sqrt{8}$ (2) $\sqrt{75}$ (3) $\sqrt{500}$
 (4) $\sqrt{5} \times \sqrt{25}$ (5) $\sqrt{6} \times \sqrt{8}$ (6) $\sqrt{5} \times \sqrt{24} \div \sqrt{10}$

205 次の式を計算せよ。

- (1) $\sqrt{75} - 4\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{125} - \sqrt{20}$
 (3) $\sqrt{50} - 2\sqrt{8} + \sqrt{18}$ (4) $\sqrt{125} - \sqrt{45} + \sqrt{80}$
 (5) $3\sqrt{32} - 4\sqrt{72} + 2\sqrt{8}$ (6) $4\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 2\sqrt{72}$

206 次の式を計算せよ。

- (1) $\sqrt{21} \times \sqrt{28} \times \sqrt{75}$ (2) $\sqrt{2}(\sqrt{18} - \sqrt{32})$
 (3) $\sqrt{3}(\sqrt{243} - \sqrt{81})$ (4) $\sqrt{5}(2\sqrt{5} + \sqrt{40} - 3\sqrt{10})$
 (5) $3\sqrt{\frac{5}{6}} \times 2\sqrt{\frac{3}{10}}$ (6) $\frac{\sqrt{48} - \sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

207 次の式を計算せよ。

- (1) $\sqrt{50} - 3\sqrt{2} + \sqrt{20} - \sqrt{\frac{5}{9}}$ (2) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
 (3) $(3 + 2\sqrt{7})(3 - \sqrt{7})$ (4) $(2\sqrt{3} - 5\sqrt{7})^2$
 (5) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$ (6) $(2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})(3\sqrt{3} - \sqrt{2})$

208 次の分数の分母を有理化せよ。

- (1) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{2}{\sqrt{12}}$ (3) $\frac{4}{7\sqrt{8}}$
 (4) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ (5) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$ (6) $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$
 (7) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (8) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ (9) $\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
 (10) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

209 次の計算をせよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{12}} - \frac{1}{\sqrt{27}}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

(3) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

(4) $\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

210 $x=\sqrt{5}-\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}+\sqrt{2}$ のとき, 次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$

(2) xy

(3) x^2+y^2

(4) x^2+xy+y^2

(5) x^3+y^3

211 次の式が成り立つように, 有理数 x, y の値を定めよ。

(1) $3+x\sqrt{2}=y+\sqrt{2}$

(2) $x-2y=\sqrt{3}(x-2)$

(3) $x+x\sqrt{2}+y-y\sqrt{2}-3+\sqrt{2}=0$

(4) $(3x-y-1)+(2x+y-4)\sqrt{3}=0$

(5) $(5+4\sqrt{7})x-(2-7\sqrt{7})y=26-5\sqrt{7}$

標準問題

212 $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$ はこれを次のように変形することによって二重根号をはずすことができる。

$$\sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{(5+3)-2\sqrt{5 \times 3}} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$$

これにならって, 次の二重根号をはずせ。

(1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

(2) $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

(3) $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$

(4) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

(5) $\sqrt{8+\sqrt{60}}$

(6) $\sqrt{6-\sqrt{32}}$

213 次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{8+\sqrt{60}} + \sqrt{12-\sqrt{140}}$

(3) $\sqrt{\frac{6}{3+2\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{6}{3-2\sqrt{2}}}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

214 次の式の値を求めよ。

(1) $x=1+\sqrt{3}$ のとき, $2x^2-4x-1$

(2) $x=1-\sqrt{3}$ のとき, $x^4-x^3-3x^2-5x-3$

(徳島文理大)

(3) $x=\frac{1}{1+\sqrt{3}}$ のとき, $4x^2+16x-5$

(拓殖大-政経)

(4) $a=2+\sqrt{5}$, $b=2-\sqrt{5}$ のとき, $a^4+a^2b^2+b^4$

215

次の式の値を求めよ。

(1) $x = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}, y = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$ のとき, $x + y, xy, x^2 - y^2, x^3 + y^3$ (中部大-工)

(2) $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ のとき, $x + y, xy, x^2 + y^2$

216

(1) $x = 5 + 2\sqrt{6}, y = 5 - 2\sqrt{6}$ のとき, $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \square, \sqrt{x^2 + y^2} = \square$ (足利工大)

(2) $x = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ のとき, $x + x^{-1} = \square, x - x^{-1} = \square$ (東海大-法)

217

$x = \sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{6}}, y = \sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}}$ のとき, $\left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right)^2$ の値は $\square - \sqrt{\square}$ である。

(拓殖大-外国語)

218

(1) $\frac{1}{\sqrt{5} - 2}$ の小数部分を a とするとき, $a^2 + 8a + 10 = \square + 4\sqrt{\square}$ (東京工芸大)

(2) $\sqrt{27 + 5\sqrt{8}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, $\frac{31}{a+b+3} - \frac{31}{a-b-15}$ の値は $\square - \sqrt{\square}$ (拓殖大-商・外国語)

219

$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}, (1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ のとき, 次の式の値を求めよ。

$$x(x^2 + 3xy) + y(y^2 - 2x) + 3y(xy - 1) - 3x + 2$$

220

次の主張は正しいか。正しいものはその理由を述べ, 正しくないものは反例をあげよ。

(1) 有理数と有理数の和は有理数である。

(2) 有理数と無理数の和は無理数である。

(3) 無理数と無理数の和は無理数である。

(4) 無理数と無理数の積は無理数である。

(5) 正の無理数の平方根は無理数である。

(6) a, b が正の有理数で, x が無理数ならば, $x^2 + ax + b$ は無理数である。 (大阪教育大)



Back!
Help!

「セミナーノート」第12講座 45~48 ページ

「数学 α の完全整理」99~106 ページ