27 指数関数，対数関数

解答は「考え方と解答」83 ページ

基本問題

474 次の式の値を求めよ。

(1) $16^{\frac{3}{4}}$ (2) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ (3) $256^{-\frac{1}{8}}$

(4) $0.001^{-\frac{1}{3}}$ (5) $100^{1.5}$ (6) $\sqrt{16\sqrt{16^3}}$

475 次の式を計算せよ。

(1) $4^{-3}\times\left(\frac{1}{8}\right)^{-3}\div 32^{\frac{3}{5}}$ (2) $\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{25}-\frac{2\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}-1}$

(3) $(2^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{4}}+2^{-1})(2^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{4}}+2^{-1})$ (4) $(x^{\frac{3}{2}}-xy^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}y-y^{\frac{3}{2}})\div(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})$

476 (1) $2^x-2^{-x}=4$ のとき，$2^x=\boxed{}$，$2^{3x}+2^{-3x}=\boxed{}$ （北海道工大）

(2) $4^x+4^{-x}=7$ のとき，$4^x-4^{-x}=\boxed{}$，$8^x+8^{-x}=\boxed{}$ （芝浦工大）

477 次の方程式を解け。

(1) $4^x-2^{x+1}-48=0$ (2) $2\cdot 4^x-9\cdot 2^x+4=0$

(3) $4^x-3\cdot 2^x+2=0$ （日本歯大） (4) $2^x-2^{3-x}+2=0$

478 次の不等式を解け。

(1) $\frac{1}{2}\leqq 2^x<1$ （日本大－歯） (2) $\left(\frac{1}{4}\right)^x<8$

(3) $9^x+8\cdot 3^{x-1}-1<0$ (4) $4^x-6(2^x+2^{-x})+11<0$ （工学院大）

479 $\log_{10}2=a$，$\log_{10}3=b$，$\log_{10}7=c$ のとき，次の式を a，b，c で表せ。

(1) $\log_{10}18$ (2) $\log_{10}5$ (3) $\log_{10}\sqrt{15}$

(4) $\log_2 3$ (5) $\log_3 20$ (6) $\log_{15}21$

480 次の式を計算せよ。

(1) $\log_2\frac{3}{4}+\log_2\sqrt{12}-\frac{3}{2}\log_2 24$ (2) $\log_2\sqrt{\frac{7}{48}}+\log_2 12-\frac{1}{2}\log_2 42$

(3) $\frac{\log_2 3\cdot\log_3 6\cdot\log_5 8}{\log_5 3+\log_5 2}$ (4) $\frac{2\log_{10}2+\log_{10}3}{1+\frac{1}{2}\log_{10}0.36+\frac{1}{3}\log_{10}8}$

481 次の(1)～(5)に該当する関数を①～⑧から選べ。

① $y=2^x$　② $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$　③ $y=-2^x$　④ $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$

⑤ $y=\log_2 x$　⑥ $y=\log_{\frac{1}{2}} x$　⑦ $y=\log_2(-x)$　⑧ $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x)$

(1) ⑧と x 軸に関して対称な関数　(2) ⑤と y 軸に関して対称な関数

(3) ③と直線 $y=x$ に関して対称な関数　(4) ①と直線 $y=-x$ に関して対称な関数

(5) ②と原点に関して対称な関数

482 (1) $\log_{10}\left(1+\frac{1}{1}\right)+\log_{10}\left(1+\frac{1}{2}\right)+\log_{10}\left(1+\frac{1}{3}\right)+\cdots+\log_{10}\left(1+\frac{1}{999}\right)=\square$ (朝日大－歯)

(2) $x+y=2$，$xy=3$ のとき，$\log_{10}\frac{x^2+y^2}{x^3+y^3}=\log_{10}2-\square$，$x^5+y^5=\square$，

$\sqrt{x+y-\sqrt{xy}}=\frac{1}{2}(\sqrt{\square}-\sqrt{2})$ となる。 (東北工大)

483 次の方程式を解け。

(1) $\log_3(x-1)=\log_9 x$　(2) $(\log_4 x)^2-2\log_2 x+4=0$

(3) $\log_3(3-x)+2\log_3(2x-1)=2$　(4) $\log_2\frac{(x-1)(x^3+x^2+x-1)}{(x^2-3)(x^2+3)}=0$

484 次の不等式を解け。

(1) $\log_2(x-2)\leqq 2-\log_2(x+1)$　(2) $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2+6\log_{\frac{1}{4}} x<4$

(3) $\log_2(2-x)+\log_4(x+3)\leqq 1$　(4) $\frac{1}{2}<\log_x\frac{1}{4}<2$

標準問題

485 (1) $y=\log_2(2x-6)$ のグラフは $y=\log_2 x$ のグラフを x 軸の正の向きに 3，y 軸の正の向きに $\square$ だけ平行移動したものである。

(2) 点 $(c,\ c-3)$ は，$y=\log_2(2x-6)$ 上にある。$c-4=X$ とおくと $2^X=\square X+\square$ となる。この等式をみたす X は2つある。そのとき，c の値は $\square$，$\square$ である。 (共立薬大)

486 (1) 方程式 $x^{x+y}=y^3$，$y^{x+y}=x^3$ をみたす x，y の値を求めよ。ただし，$x>0$，$y>0$，$x\neq 1$，$y\neq 1$ とする。 (岡山理大)

(2) (ア) $0<a<b$ のとき，a^ab^b と a^bb^a の大小を比較せよ。

(イ) $0<a<b<c$ のとき，$a^ab^bc^c$，$a^bb^cc^a$，$a^ab^cc^b$，$a^cb^bc^a$ を小さいものから大きなものへの順に並べよ。 (津田塾大－国際)

487 $2(4^{1+x}+4^{2-x})-51(2^{1+x}+2^{2-x})+329=0$ をみたす実数 x に対して，$t=2^x+2^{1-x}$ とおくと $t=\square$ であることから，上のような x をすべて求めると $\square$ となる。 (立命館大－経済)

488 次の連立方程式を解け。

(1) $x^4+y=8,\ \log_2 x+\log_{16} y=1$ (青山学院大－国際)

(2) $-13\cdot 2^x+2^y=24,\ \log_3(y+2)=1+\log_3 x$ (慶大－環境情報)

(3) $x^2\log_2 y+y\log_4 x=2,\ \log_2 x+\log_4(\log_2 y)=\dfrac{1}{2}$ (福島大－経済・行政)

489 次の不等式をみたす点 $(x,\ y)$ の存在する領域を図示せよ。

(1) $\log_2(y-x^2)>2\log_4(y^2+y-2)$ (埼玉大－教育・経済)

(2) $\log_x y+\log_y x>\dfrac{5}{2}$ (日本女大－理)

490 (1) 3^{80}, 6^{50} はそれぞれ何桁の整数か。また，どちらの数が大きいか。ただし，$\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ とする。 (東京学芸大)

(2) 7^{50} は43桁の数であり，7^{37} は $\boxed{}$ 桁の数である。 (神奈川大－エ)

(3) $A=\left\{\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{400}\right)\right\}^5$ は小数第何位にはじめて0でない数字が現れるか。必要ならば $\log_{10}2=0.3010$ を用いよ。 (関西大－経済)

491 (1) 相異なる実数 $x,\ y$ が $\log_x y=\log_y x$ をみたしているとき，x^2+2y^2 の最小値は $\boxed{}$ である。 (東京医大)

(2) 変域 $1\leqq x\leqq 16$ で定義された関数 $f(x)=\left|\log_2\dfrac{x}{8}\right|\log_2(2x)$ について，$f(x)$ は $x=\boxed{}$ のとき最小値 $\boxed{}$ をとり，$x=\boxed{}$ のとき最大値 $\boxed{}$ をとる。また，$f(x)=3$ をみたす x の値を求めると $x=\boxed{}$ である。 (明治薬大)

492 $\log_{10}(1-x^2-y^2)-\log_{10}ax-\log_{10}y=0,\ 4xy=1$ を同時にみたす y の実数値が存在するように，定数 a の値の範囲を定めよ。 (埼玉大)

493 $x,\ y$ の方程式 $x\log_8 a+y\log_4 b=1$ が自然数の解 $x,\ y$ をもつような自然数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ。 (京都府医大)

Back! Help!

「セミナーノート」第26講座 101～104ページ
「数学 α の完全整理」202～213ページ