14 等差数列

解答は「考え方と解答」41ページ

基本問題

237 等差数列 $\{a_n\}$ において，初項 a，公差 d，項数 n，初項から第 n 項までの和を S_n とする。

(1) $d=4$，$a_8=4$ のとき，$a=\boxed{\quad}$，$a_n=\boxed{\quad}$

(2) $a_5=12$，$a_8=21$ のとき，$a=\boxed{\quad}$，$d=\boxed{\quad}$，$a_n=\boxed{\quad}$，$S_n=\boxed{\quad}$

(3) $a_5=12$，$S_5=20$ のとき，$a=\boxed{\quad}$，$d=\boxed{\quad}$

(4) $a=50$，$a_n=-20$，$S_n=540$ のとき，$d=\boxed{\quad}$，$n=\boxed{\quad}$

238

(1) 初項から第6項までの和が75で，初項から第13項までの和が299である等差数列の第18項は $\boxed{\quad}$ である。 （日本獣畜大）

(2) 第7項が9であり，第3項から第6項までの和が16である等差数列の初項は $\boxed{\quad}$，公差は $\boxed{\quad}$ である。 （久留米大）

(3) 最初の12項の和がそれにつづく12項の和より36だけ大きいとき，この等差数列の公差は $\boxed{\quad}$ である。 （東邦大－医）

239 初項が14，第4項が26の等差数列において，

(1) 90は第何項か。

(2) はじめて100をこえるのは第何項か。

(3) 初項から第何項までの和がはじめて100をこえるか。

240 200以下の自然数において，次の和を求めよ。

(1) 3の倍数の和

(2) 7の倍数の和

(3) 3の倍数かつ7の倍数である数の和

(4) 3の倍数または7の倍数である数の和

241

(1) 7で割ると2余る自然数 2，9，16，… を小さいほうから順に $\boxed{\quad}$ 個加えると，その和がはじめて500より大きくなる。 （千葉工大）

(2) 1から300までの自然数のうちに，3で割ると1余り，5で割ると2余るものは $\boxed{\quad}$ 個あり，それらの総和は $\boxed{\quad}$ である。 （摂南大－工）

242 等差数列をなす4つの数がある。それらの和は32で，初項と末項との積は2つの中項の積より8小さい。これらの4つの数を求めよ。

243 奇数個の自然数を項とする等差数列があり，その項のうち最大なものは40で，和は154である。この等差数列を求めよ。
（立命館大－産業社会）

244 初項が40で，第10項から第19項までの和が -5 である等差数列の公差は $\boxed{}$ である。また，この数列の初項から第 n 項までの和を S_n とすれば，S_n は $n=\boxed{}$ のとき最大となり，その最大値は $\boxed{}$ である。
（立教大－法）

245 $S_n=1+2+3+\cdots+n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定められる数列 $\{S_n\}$ がある。$S_{13}=\boxed{}$ であり，$S_n \geqq 1280$ となる最小の n は $n=\boxed{}$ である。
（東北工大）

標準問題

246 3辺の長さが $a,\ b,\ c$ である直角三角形において，$a>b>c$ とする。$a,\ b,\ c$ が等差数列をなすとき，$a:b:c$ を求めよ。

247 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n=-3n^2+6n$ のとき，この数列 $\{a_n\}$ は等差数列であることを示し，初項と公差を求めよ。
（宇都宮大－教育・工・農）

248 $a_n=3n-2,\ b_n=4n+1,\ c_n=7n$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$ で定義される3つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ のどれにも現れる値のうち，1000以下となるものの個数を求めよ。
（横浜国大－教育）

249 8と44の間に n 個の数 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$ を入れてできる数列 $8,\ a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n,\ 44$ が等差数列で，その和が312である。このとき，公差 d を求めよ。

250 $a,\ b,\ c,\ d$ がいずれも正数で，かつ，この順序で調和数列をなすとき，bc と ad の大小を比較せよ。
（東邦大－薬）

251 初項 a，公差 d の等差数列の第 n 項から第 $2n$ 項までの $n+1$ 項の和 T_n が $T_n=kn^2-128n-134$ であるとき，d の値は $\boxed{}$ である。また，このとき，T_n の値が最小になるのは $n=\boxed{}$ のときである。

(福岡大－工・薬)

252 半径１の円に内接する四角形 ABCD において，４つの内角 ∠A，∠B，∠C，∠D を適当に並べると等差数列をなしていて，∠A が最小であり，対角線 BD の長さは $\sqrt{2}$ である。このとき，∠A，∠B，∠C，∠D の値を求めよ。

(関西学院大－法)

253 100 以下の５個の正の整数を等差数列となるようにとるとき，その公差のとりうる値の最大値は $\boxed{}$ である。また，100 以下の５個の正の整数を正の公差をもつ等差数列となるようにとるとり方は $\boxed{}$ 通りである。

(福岡大－工・薬)

254 連続している２個以上の自然数がある。これらの自然数の和を S とするとき，

(1) $S=64$ とはなりえないことを示せ。

(2) $S=200$ となるとき，これらの自然数のうちの最小数，最大数はそれぞれいくらか。

(一橋大)

255 n を２以上の整数とする。n を次の２通りの方法で表す。

$$n=1+3+5+\cdots+(2k-1)+s \quad (k\geqq 1,\ 0\leqq s\leqq 2k)$$
$$=2+4+6+\cdots+2l+t \quad (l\geqq 1,\ 0\leqq t\leqq 2l+1)$$

(1) $l=k-1$ または $l=k$ であることを示せ。

(2) $n=(s-t)^2+s$ であることを示せ。

(静岡県大)

256 数列 $\{a_n\}$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n=\alpha n^3+\beta n^2+\gamma n+\delta \ (\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta \text{ は定数})$$

で与えられている。

(1) $\{a_n\}$ が等差数列となるための必要十分条件を α，β，γ，δ で表せ。

(2) $\{a_n\}$ は等差数列でないが，第２項以降は等差数列となるための必要十分条件を α，β，γ，δ で表せ。

(大阪府大－商経)

Back! Help!

「セミナーノート」第15講座 57～60 ページ
「数学 α の完全整理」118～124 ページ

15 等比数列

解答は「考え方と解答」44ページ

基本問題

257 等比数列 $\{a_n\}$ において，初項 a，公比 r，項数 n，初項から第 n 項までの和 S_n，各項は実数とする。

(1) $a=32$，$a_6=1$ のとき，$r=\boxed{}$

(2) $a_2=6$，$a_7=192$ のとき，$a=\boxed{}$，$r=\boxed{}$，$a_n=\boxed{}$，$S_n=\boxed{}$

(3) $a_4=24$，$S_4=45$ のとき，$a=\boxed{}$，$r=\boxed{}$

(4) $a_2=3$，$a_5=\dfrac{81}{8}$ のとき，$S_4=\boxed{}$

258 初項が負で，第2項と第4項の和が 20，第4項と第6項の和が 80 である等比数列の一般項と初項から第 n 項までの和を求めよ。

259 3つの実数 a，b，c $(a<b)$ がこの順で等比数列をなす。3数の和と積がともに 8 ならば，$a=\boxed{}$ である。 (工学院大)

260 等比数列をなす3つの数がある。それらの和は 28，各数の平方の和は 336 であるという。これらの3つの数を求めよ。

261 次の不等式をみたす最大の整数 m を求めよ。

$$2^{16}+2^{14}+\cdots+2^4+2^2+1 \geqq 2^{2m}$$

(自治医大)

262 a，8，b が等比数列になり，a，b，-8 が等差数列になるような $(a,\ b)$ は，$\boxed{}$ と $\boxed{}$ の2組ある。 (東海大－開発工)

263 4つの数がある。そのはじめの3数は等比数列をなし，あとの3数は等差数列をなす。また，第1の数と第4の数の和は 14 で，第2の数と第3の数の和は 12 である。これらの4数を求めよ。

264 2の累乗 $2,\ 2^2,\ \cdots$ の中で1000に一番近い数を a とする。初項 a，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列の第 n 項までの和が整数で，しかも奇数になるのは $n=\square$ のときで，その和は $\square$ である。 (神戸女子薬大)

265 $T_n=1+5^{-1}+5^{-2}+\cdots+5^{1-n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定められる数列 $\{T_n\}$ がある。

$T_n=1.25-\frac{1}{\square}\times 5^{1-n}$ であり，$T_n \geqq 1.249$ となる最小の n は $\square$ である。 (東北工大)

266 等差数列 $\{a_n\}$ と等比数列 $\{b_n\}$ がある。数列 $\{a_n\}$ は初項から第3項までの和が18，各項の平方の和が140で，数列 $\{b_n\}$ は初項から第3項までの和が13，それらの積が27である。ただし，$a_{n+1}>a_n$，$b_{n+1}>b_n$ とする。

(1) 一般項 a_n，b_n を求めよ。

(2) $c_n=a_n+b_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定められる数列 $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(帯広畜産大)

標準問題

267 平面上に三角形の列 $\triangle A_nB_nC_n$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$ があり，次の規則Ⅰ，Ⅱで定められている。

Ⅰ．$A_1(0,\ 0)$，$B_1(2,\ 0)$，$C_1(1,\ \sqrt{3})$ である。

Ⅱ．3線分 A_nB_n，B_nC_n，C_nA_n を $1:2$ に内分する点をそれぞれ A_{n+1}，B_{n+1}，C_{n+1} とする。

(1) A_n から B_n に向かう線分の向きがはじめて下向きとなるのは $n=\square$ のときである。

(2) $\triangle A_nB_nC_n$ の面積を S_n とするとき，$S_n<\frac{1}{500}S_1$ となるのは $n \geqq \square$ のときである。(東京薬大)

268 $\angle XPY=60^\circ$ となる2つの半直線 PX，PY に接する半径1の円を O_1 とする。$n \geqq 2$ に対しては，半直線 PX，PY および円 O_{n-1} に接する円のうち半径の小さいほうの円を O_n とする。円 O_n の半径と面積をそれぞれ r_n および S_n とする。

(1) r_2 を求めよ。

(2) r_n $(n \geqq 2)$ を r_{n-1} で表して，r_n を求めよ。

(3) $\pi<3.15$ を利用し，任意の自然数 n について，$S_1+S_2+\cdots+S_n<3.6$ となることを示せ。

(佐賀大－教育)

269 $\triangle ABC$ において，3辺 AB，AC，BC が公比 r の等比数列をなすとき，

(1) $\sin A : \sin B : \sin C$ の比を r を用いて表せ。

(2) r のとりうる値の範囲を求めよ。 (星薬大)

270　初項が a，公比が r である等比数列のはじめから第 n 項までの和 $S_n=80$，第 $2n$ 項までの和 $S_{2n}=6560$ とする。また，この数列の各項の２乗を項とする数列の第 n 項までの和 $S_n'=3280$ であるとする。このとき，a，r，n を求めよ。

（東京農工大）

271　(1)　等比数列において，初項から第 n 項までの和が 36，初項から第 $2n$ 項までの和が 48 であるとき，初項から第 $3n$ 項までの和を求めよ。

(2)　等比数列において，はじめの n 項の和を A，次の n 項の和を B，その次の n 項の和を C とするとき，A，B，C の間にどんな関係があるか。

272　数列 5，55，555，5555，… の第 n 項は $a_n=\dfrac{\boxed{}}{9}(\boxed{}^n-\boxed{})$ である。

また，初項から第 n 項までの和は $S_n=\dfrac{\boxed{}}{81}(10^{n+1}+\boxed{}\,n-\boxed{})$ である。

（東京薬大）

273　等差数列 $\{a_n\}$ と等比数列 $\{b_n\}$ が与えられている。$c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$（ただし，$b_n\neq 0$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$）とおくとき，$c_1=2$，$c_2=1$，$c_3=\dfrac{4}{9}$ である。

(1)　等比数列 $\{b_n\}$ の公比 r を求めよ。

(2)　c_n を n の式で表せ。

274　自然数 n が適当な整数 k_i $(0\leqq k_1<k_2<\cdots<k_s)$ を用いて $n=2^{k_1}+2^{k_2}+\cdots+2^{k_s}$ と表されるとき，$S(n)=\{k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_s\}$ と定義する。

(1)　$S(28)$ および $S(41)$ を求めよ。

(2)　$S(n)=S(28)\cup S(41)$ となる自然数 n を求めよ。

(3)　自然数 m に対して $S(4^m-2^m)$ を求めよ。

（防衛大－理系）

Back!　「セミナーノート」第15講座 57～60 ページ

Help!　「数学 α の完全整理」125～128 ページ