7 組 合 せ

☞ 解答は「考え方と解答」18 ページ

基本問題

103 次の等式をみたす n の値を求めよ。

(1) ${}_nC_2=10$ (2) ${}_nC_6={}_nC_3$ (3) $3{}_nC_4=5{}_{n-1}C_5$

104 1つの円周上に 8 個の点がある。

(1) これらの点を結んでできる直線は全部で何本あるか。

(2) これらの点を結んでできる三角形は全部で何個あるか。

105 1 から 9 までの 9 個の数字を 4 個の数字の組と 5 個の数字の組に分ける。

(1) このような分け方は全部で何通りあるか。

(2) 1 と 2 の数字が同じ組に入る分け方は全部で何通りあるか。

106 1 から 10 までの数字を記入した番号札 10 枚がある。これから同時に 3 枚の札をひくとき，

(1) 全部で何通りの出方があるか。

(2) 1 の番号札が含まれている場合は何通りあるか。

(3) 偶数の番号札が 2 枚，奇数の番号札が 1 枚となるのは何通りあるか。

107 男子 23 人，女子 21 人のクラスで，次のように委員を選出する方法は何通りあるか。

(1) 男子から 3 人，女子から 2 人の委員

(2) 男子，女子から少なくとも 1 人ずつ合計 5 人の委員

108 10 人のメンバーのうちから 4 人を選び出すのに，次の場合には何通りの方法があるか。

(1) 何も条件のないとき

(2) 特別の 2 人を含むとき

(3) 特別の 2 人のうち，どちらか 1 人だけを含むとき

(4) 特別の 2 人のうち，少なくとも 1 人を含むとき

109 (1) 15人を5人ずつ A, B, C の3つの部屋に入れる方法は何通りあるか。

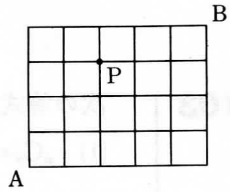
(2) 15人を5人ずつ3つの組に分ける方法は何通りあるか。

(3) 15人を6人, 5人, 4人の3つの組に分ける方法は何通りあるか。

110 右の図で, Aから線上を進んでBへ行くものとする。

(1) AからBへの最短の道すじは何通りあるか。

(2) AからPを通らないでBへ行く最短の道すじは何通りあるか。



111 1枚の硬貨を10回投げるとき, ちょうど5回だけ表の出る場合は何通りあるか。

112 4個の要素からできている集合 $A=\{a, b, c, d\}$ の部分集合は, 集合A自身および空集合も含めて何個あるか。

標準問題

113 自然数 1, 2, 3, …, 100 から2個の異なる数を選んでつくる組合せのうち, 次の組合せは何通りあるか。

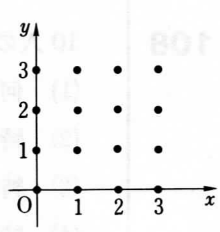
(1) 積が3の倍数になる組合せ

(2) 積が4の倍数になる組合せ (茨城大)

114 1から14までの14個の自然数の中から, 3つの異なる数からなる組をつくる。このとき, 奇数だけからなる組は $\boxed{}$ 個あり, 3の倍数を少なくとも1つ含む組は $\boxed{}$ 個ある。 (福岡大－人文)

115 1から30までの自然数の集合から, 異なる3つの数で, そのうち少なくとも2つの数が連続する自然数であるようなものを選び出す。このような選び出し方の総数は $\boxed{}$ である。 (近畿大)

116 右の図のように, 座標平面上にある16個の点の集合をSとする。3つの頂点がすべてSに属しているような三角形は何個あるか。 (早大－商)

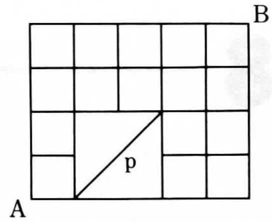


117 右の図のような路を通ってA地点からB地点まで行くのに

(1) 最短距離の路は何通りあるか。

(2) 対角線の路Pは通れないとした場合は，最短距離の路は何通りあるか。

(東北学院大－文・経済)



118 正八角形Aの辺と，対角線（ないしはその一部分）とでつくられる多角形について，

(1) 3つの頂点がすべてAの頂点である三角形は $\boxed{\quad}$ 個ある。

(2) 4つの頂点がすべてAの頂点である四角形は $\boxed{\quad}$ 個ある。

(3) 少なくとも2つの頂点がAの頂点である三角形は $\boxed{\quad}$ 個ある。

(東北大－理)

119 2人が1組になってチームをつくり，2つのチームの間で勝負を争うゲームがある（例えばテニスのダブルス）。10人がこのゲームをする場合，何通りの異なった試合が可能であるか。その総数を求めよ。ただし，対戦するチームの少なくとも一方が異なれば異なった試合であるとし，さらに，1つのチーム内での2人のメンバーの役割に差はないものとする。

(学習院大)

120 7個の数字 0，1，2，…，6 の中の異なる4個の数字を1列に並べてできる4桁の自然数のうち，次のような数はいくつあるか。

(1) 一の位の数が0　　(2) 一の位の数が5

(3) 偶数　　(4) 一の位の数が千の位の数より大きい

(5) 十の位の数が百の位の数より大きい　　(6) 5310 より大きい。

(兵庫医大)

121 1から20までの自然数から選んだ互いに異なる3つの数の組合せのうち，

(1) 偶数ばかりからなる組は $\boxed{\quad}$ 組ある。

(2) 3の倍数をまったく含まない組は $\boxed{\quad}$ 組ある。

(3) 3の倍数を少なくとも1つ含む組は $\boxed{\quad}$ 組ある。

(4) 3の倍数をちょうど1つだけ含む組は $\boxed{\quad}$ 組ある。

Back! 「セミナーノート」第6講座 21～24 ページ
Help! 「数学αの完全整理」46～49 ページ

8 確率，期待値

☞ 解答は「考え方と解答」20 ページ

基本問題

122 赤玉７個，白玉３個を皮袋に入れる。この中から同時に３個をとり出したとき，赤玉が１個，白玉が２個となる確率を求めよ。

123 箱の中に１から９までの数字を１つずつ記入した９枚の札が入っている。この箱から任意に２枚の札をとり出すとき，次の確率を求めよ。

(1) ２数の和が偶数である

(2) ２数の差が５以上である (松山商大)

124 10本のくじがあり，１等１本，２等２本の当たりくじが入っている。この中から３本のくじを同時にひくとき，次の確率を求めよ。

(1) １等が当たる

(2) １本だけが当たりくじである

(3) １等１本，２等１本が当たる

(4) ３本ともはずれである

125 ２個のサイコロを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 出る目の数の和が７となる

(2) 出る目の数の積が奇数となる

(3) 出る目の数の積が偶数となる

(4) 一方のサイコロの目の数が他方の目の数の２倍となる

126 1，2，3，4，5から相異なる３つの数字をとって３桁の整数をつくるとき，それが340より大きい奇数となる確率は $\boxed{}$ である。 (東京医大)

127 A，B ２つのサイコロを投げるとき，Aの目がBの目より大きい確率を求めよ。 (岐阜薬大)

128 ジョーカーを除く１組52枚のトランプから無作為に２枚を抜き出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　２枚ともハートである

(2)　２枚とも１～10の札である

(3)　２枚ともハートかまたは２枚とも１～10の札である

129 A，B，Cの３人でジャンケンを１回するとき，次の確率を求めよ。

(1)　Aだけが勝つ

(2)　２人だけが勝つ

(3)　勝者が１人も出ない

130 １枚の硬貨を続けて５回投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　表が４回出る

(2)　表が４回以上出る

131 ６個のサイコロを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　１の目が４個出る

(2)　偶数の目が４個以上出る

(3)　３の倍数の目が少なくとも１個出る

132 一の位の数が十の位の数より大きく，十の位の数が百の位の数より大きいような３桁の自然数は全部で$\boxed{}$個あり，それらの中から任意に１個を選ぶとき，その数が９の倍数である確率は$\boxed{}$である。

（近畿大－理工）

133 １個のサイコロを投げて，１の目か６の目が出たら1000円もらえるが，他の目が出たら何ももらえないと約束した人がいる。この人がサイコロを１回投げるとき，もらえる金額の期待値を求めよ。

134 (1)　３枚の100円硬貨を同時に投げて，表が出た硬貨をもらう約束をする。このときの期待金額はいくらか。

(2)　３枚の1000円札と２枚の10000円札とが入れてある財布から２枚の札を引きぬくとき，引き出した札の金額の期待金額はいくらか。

標準問題

135 7人の男子と3人の女子がいる。この10人を1列に並べるとき，どの女子も隣り合わせにならない確率を求めよ。

(近畿大－薬)

136 1のカードが1枚，2のカードが2枚，3のカードが3枚，4のカードが4枚，箱の中に入っている。この箱から1枚とり出して数を読み，それをもとに戻してから再び1枚とり出し数を読む。

(1) 2つの数の和が3となる確率を求めよ。

(2) 2つの数の和が8となる確率を求めよ。

(3) 2つの数の和の期待値を求めよ。

(琉球大)

137 Aが3枚，Bが2枚の硬貨を同時に投げるとき，次の事象の確率を求めよ。

(1) AとBが同数の表を出す

(2) BがAより多く表を出す

(岐阜経済大)

138 1から9までの整数が1つずつ書かれたカードが9枚ある。この中から7枚のカードを無作為にとり出してえられる7つの整数のうちの最大のものをXとする。

(1) Xが8である確率 $P(X=8)$ を求めよ。

(2) Xの期待値 $E(X)$ を求めよ。

(千葉大)

139 1個のサイコロを3回ふる。このとき，次の事象の確率を求めよ。

(1) 出た目の最大の数が k $(1 \leqq k \leqq 6)$ をこえない。

(2) 出た目の最大の数がkである。

(東海大－海洋)

140 n枚の硬貨を投げたとき，少なくとも1枚は表である確率は $\boxed{}$ であるから，その確率を0.8以上にするためには $\boxed{}$ 枚以上の硬貨が必要である。

(福岡大)

141 半径1の円の周上に定点Aがある。この円周上に点Pを無作為に選んだとき，弧$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$の長さが$\sqrt{3}$以上になる確率は $\boxed{}$ である。

(東洋大－工)

142 1辺の長さが1の正六角形の6つの頂点のうちから無作為に選ばれた3点を頂点とする三角形の面積の期待値Eを求めたい。

(1) このような三角形で互いに合同でないものをすべて図示せよ。

(2) Eを求めよ。

(中央大－理工)

143 (1) 2個のサイコロを振って出た目の数の積について，一の位の数がnである確率を考える。これは

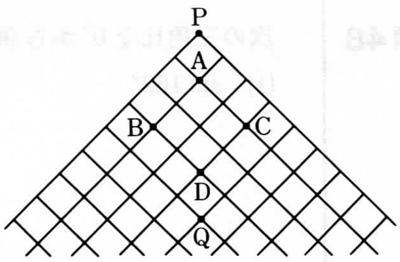
$n=5$ のとき $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$，$n=8$ のとき $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，$n=\boxed{\text{カ}}$ のとき0である。

(2) 3個のサイコロを振って出た目の数の積が24となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。また，3で割り切れる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

(3) 4個のサイコロを振って出た目の数の積が素数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。また，4で割り切れる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(センター試験)

144 右の図のような格子状の道が与えられている。



(1) 点Pから点Qへ行く最短経路は全部で$\boxed{\text{アイ}}$通りである。
このうち，Cを通る経路は$\boxed{\text{ウエ}}$通り，Dを通る経路は$\boxed{\text{オカ}}$通り，CまたはDを通る経路は$\boxed{\text{キク}}$通りである。

(2) 点Pから出発して各分岐点（Pを含む）で1回硬貨を投げる。表が出れば右下の次の分岐点へ，裏ならば左下の次の分岐点へ進むものとする。8回硬貨を投げて進む場合を考える。

(a) Cを通過する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(b) Dを通過する確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

(c) A，B，C，Dのいずれをも通らないでQに到達する確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

(センター試験)

145 赤球を8個，白球を何個か箱の中に入れる。この箱の中から球をよくかきまぜて1個をとり出すとき，赤球が出れば100円もらい，白球が出れば50円支払うゲームをする。このゲームで得る利益の期待値が30円となるようにするには，白球を何個用意すればよいか。

(神戸商船大)

Back! 「セミナーノート」第7，8講座 25～32ページ
Help! 「数学αの完全整理」50～65ページ