数学 I

1　2次関数のグラフ

☞解答は「考え方と解答」3ページ

基本問題

1　次の2次関数のグラフは，放物線 $y=3x^2$ をどのように平行移動したものか。

(1)　$y=3x^2+2$　　(2)　$y=3(x-1)^2$

(3)　$y=3(x-2)^2+4$　　(4)　$y=3(x+2)^2-5$

2　次の関数のグラフをどのように平行移動すると，$y=ax^2$ の形のグラフとなるか。また，そのときの a の値を求めよ。

(1)　$y=-(x-2)^2$　　(2)　$y=-2x^2+1$

(3)　$y=\dfrac{2}{3}(x+4)^2$　　(4)　$y=-\dfrac{1}{2}(x-3)^2-1$

3　次の放物線の頂点の座標と軸の方程式を求めて，そのグラフをかけ。

(1)　$y=(x+1)^2-3$　　(2)　$y=-(x+3)^2+1$

(3)　$y=\dfrac{1}{2}(x-1)^2-2$　　(4)　$y=-2(x-2)^2+4$

4　次の放物線の頂点の座標と軸の方程式を求めよ。

(1)　$y=x^2-4x+3$　　(2)　$y=-x^2+2x-4$

(3)　$y=x^2+5x+2$　　(4)　$y=-x^2-8x+2$

(5)　$y=3-x-x^2$　　(6)　$y=2x^2-8x+3$

5　$y=-2x^2$ のグラフを，頂点が次の点となるように平行移動してできる放物線は，どんな関数のグラフか。$y=ax^2+bx+c$ の形で示せ。

(1)　$(4,\ -2)$　　　(2)　$(-3,\ 1)$

6　放物線 $y=x^2-2x$ のグラフを次のように移動したグラフの方程式を求めよ。

(1)　x 軸に関して対称移動　　　(2)　y 軸に関して対称移動

(3)　原点に関して対称移動

7　次の放物線の頂点の座標と軸の方程式を求め，次にそのグラフをかけ。

(1)　$y=2x^2-12x+18$　　　(2)　$y=-\frac{1}{2}x^2+x+2$

(3)　$y=3(x-2)(x+1)$　　　(4)　$y=-(x-2)(2x-1)$

8　放物線 $y=x^2+2ax+b$ の頂点が次の点となるように，定数 a，b を定めよ。

(1)　$(-2,\ 3)$　　　(2)　$\left(-\frac{1}{2},\ 1\right)$

標準問題

9　次の条件をみたす放物線をグラフとする 2 次関数を求めよ。

(1)　頂点の座標が $(1,\ 2)$ で，点 $(-1,\ 6)$ を通る。

(2)　軸が $x=-1$ で点 $(3,\ -1)$ を通り，y 軸との交点の座標が $(0,\ 2)$ である。

(3)　x 軸と点 $(3,\ 0)$ で接し，点 $(5,\ 2)$ を通る。

(4)　頂点の座標が $(3,\ 5)$ で，x の係数が -6 である。

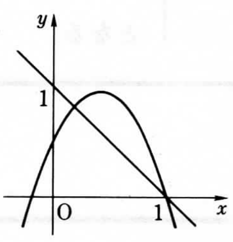
(5)　x 軸と 2 点 $(-2,\ 0)$，$(1,\ 0)$ で交わり，y 軸と点 $(0,\ -4)$ で交わる。

(6)　3 点 $(-1,\ -2)$，$(2,\ 1)$，$(3,\ -2)$ を通る。

(7)　$y=x^2-3x+5$ を平行移動したもので，2 点 $(1,\ 1)$，$(2,\ 3)$ を通る。

(8)　2 点 $(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$ を通り，頂点が直線 $y=x$ 上にある。

10　右図は 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ と直線 $y=-x+1$ のグラフである。このとき，次の値は，正，負，0 のいずれになるか。



(1)　a　　(2)　b　　(3)　c

(4)　$a+b+c$　　(5)　$a-b+c$　　(6)　$c-1$

(7)　$4a+2b+c$

11 放物線 $y=-2x^2+8x$ を直線 $y=2$ に関して対称移動してできる放物線の方程式は $y=\square$ である。

(立教大－社会)

12 放物線 $y=3x^2-6x+1$ を x 軸方向に a, y 軸方向に b だけ平行移動すると，$y=3x^2-24x+40$ になるという。このとき，$a=\square$, $b=\square$ である。

(拓殖大－政経)

13 (1) 2次関数 $y=-x^2+ax+b$ のグラフの頂点の座標が $\left(\dfrac{3}{2},\ 2\right)$ のとき，$a=\square$, $b=\square$ である。

(常葉学園浜松大)

(2) 放物線 $y=ax^2+bx+1$ は $x=-1$ を軸にもち，点 $(1,\ -2)$ を通る。係数 a, b の値を求めよ。

(日本工大)

14 放物線 $y=ax^2+bx+c$ は x 軸と2点 $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$ で交わり，その頂点は直線 $2x+y=2$ の上にあるという。a, b, c の値を求めよ。

(東京電機大)

15 放物線 $y=(x-3)(x-a)$ の頂点Pの座標 $(X,\ Y)$ を a を用いて表すと $X=\square$, $Y=\square$ である。a が値をいろいろと変えるとき，頂点 P は曲線 $y=\square$ の上にある。とくに a が $0\leqq a\leqq 8$ のとき，頂点Pの y 座標の動く範囲は $\square\leqq y\leqq\square$ となる。

(福岡大－商)

16 (1) $y=|x^2-3x|+x+1$ のグラフをかけ。

(2) グラフを利用して $|x^2-3x|+x+1$ と $\dfrac{4}{3}x$ の大小を比較せよ。

(同志社大－商)

17 直線 $l: x+y=2$ に関して，図形 $F: y=2x^2+x+2$ $(x\geqq 2)$ と対称な図形 G がある。F 上の点 $(a,\ b)$ と G 上の点 $(\alpha,\ \beta)$ が l に関して対称ならば，$a+\alpha+b+\beta=\square$, $a-\alpha=\square$ $(b-\beta)$ なる関係がある。これより，G の方程式は

$$x=\square y^2+\square y+\square \quad (y\leqq\square)$$

となる。

(東北工大)

Back!
Help!
「セミナーノート」第1講座 1～4 ページ
「数学 α の完全整理」6～14 ページ

2 2次関数の最大・最小

☞解答は「考え方と解答」5ページ

基本問題

18 次の2次関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $y=x^2-2x$　　(2) $y=-x^2+4x-1$

(3) $y=x^2+4x+8$　　(4) $y=2x^2+6x-3$

(5) $y=-2x^2+4x-6$　　(6) $y=2x(x-4)$

19 次のような2次関数を求めよ。

(1) $x=-2$ のとき最大値8をとり，$x=2$ のとき $y=-40$ である。

(2) $y=ax^2+bx-3$ の形で，$x=2$ のとき最大値1をとる。

(3) $y=2x^2+6x+m$ の形で，最小値 -4 をとる。

(4) $y=ax^2-2bx+4$ の形で，$x=\dfrac{3}{2}$ のとき最小値 $-\dfrac{1}{2}$ をとる。

(5) $y=x^2-bx+c$ の形で，最小値 -3 をとり，$x=1$ のとき $y=1$ である。

20 次の2次関数について，(　)内の変域における最大値，最小値と，そのときのxの値を求めよ。

(1) $y=x^2-4x+4$　　$(-2\leqq x\leqq 3)$

(2) $y=x^2+8x+10$　　$(-2\leqq x\leqq 1)$

(3) $y=-x^2+x-1$　　$(0\leqq x\leqq 3)$

(4) $y=3x^2-6x+1$　　$(3\leqq x\leqq 5)$

(5) $y=(3-2x)(4+x)$　　$(-2\leqq x\leqq 3)$

21 次の関数の最小値と，そのときの x，y の値を求めよ。

(1) $x^2-2xy+3y^2-8y+11$　　(自治医大)

(2) $2x^2+4xy+3y^2-2y+2$　　(東京工芸大)

22 次の関数の最小値と，そのときの x，y の値を求めよ。

(1) $x-y=1$ のとき，x^2+y^2

(2) $2x+y^2=1$ のとき，$2x^2+y^2$

23 次の関数の最大値または最小値と，そのときの x, y の値を求めよ。

(1) $x+2y=3$ のとき，xy の最大値 （久留米大－文）

(2) $x^2+y^2=1$ のとき，x^2-y+1 の最大値，最小値 （北海道教育大）

(3) $x>0$, $y>0$, $2x+3y=12$ のとき，xy の最大値，最小値

(4) $x^2+y^2=1$ のとき，x^2+2y の最大値，最小値

24 2次関数 $y=25x^2-ax+11$（aは定数）が，正の数bによって $y=(5x-b)^2+2$ と表されるという。このとき，$a=\boxed{}$，$b=\boxed{}$ である。したがって，この関数は $x=\boxed{}$ のとき，最小値 $\boxed{}$ をとる。

25 周囲の長さ 200 m の長方形の畑をつくろうと計画している。

(1) 長方形の一方の辺の長さを x m として，この長方形の面積をxの式で表せ。

(2) この畑の面積を 2400 m² 以上にするためには，1辺の長さをどのようにすればよいか。

(3) この長方形の対角線の長さを最小にするには，縦と横の長さを何mにすればよいか。

（札幌学院大）

標準問題

26 放物線 $C : y=x^2-2x+3$ と直線 $l : y=x-1$ がある。C上に点Pをとり，この点を通ってx軸に平行な直線をひき，lとの交点をQとする。

(1) 点Pのx座標をaとするとき，点Qのx座標を求めよ。

(2) 点PがC上を動くとき，線分 PQ の長さの最小値を求めよ。

(3) (2)で求めた最小値をdとする。x軸の負の方向にdだけlを平行移動させるとき，この直線はCに接することを示せ。

(4) 直線 PQ がCと点Rで交わり，かつ，点Pが線分 QR の中点になっている場合，aの値を求めよ。

（南山大－経済）

27 次の2次関数の最大値または最小値と，そのときのxの値を求めよ。

(1) $y=x^2-4|x|+3$

(2) $y=2x-|x^2-4|$

(3) $y=x^2-4x+5 \quad (|x-1|\leqq 3)$

(4) $y=|x^2-1|+x \quad (-2\leqq x\leqq 1)$

28 xの関数 $y=2x^2+3ax+2a$ の最小値はaのどんな関数になるか。また，この最小値はaのどんな値に対して最大となるか。

29　区間 $x \geqq 1$ において，x の2次関数 $f(x)=x^2-2ax+3$ の最小値が -17 となるときの a の値は $a=\square$ であり，最小値が8となるときの a の値は $a=\square$ である。　（拓殖大－政経）

30　x の定義域は $0 \leqq x \leqq 3$ である。このとき，2次関数 $f(x)=2x^2-4ax+a+a^2$ の最小値 m が0となるような定数 a の値をすべて求めよ。　（明星大－理工）

31　関数 $y=x^2-2x$ の区間 $a \leqq x \leqq a+1$ における最小値を b とすれば，b は a の関数となる。この関数を求め，そのグラフをかけ。　（岡山理大－工）

32　(1)　a を定数とするとき，区間 $0 \leqq x \leqq 1$ における関数

$$f(x)=(-8a+4)x+(3a^2+2a+1)$$

の最小値を a を用いて表せ。

(2)　a がいろいろな値をとるとき，(1)で求めた値の最小値を求めよ。　（東京学芸大）

33　a を与えられた正の整数とするとき，次の x に関する2次関数 $f(x)$ の値が最も小さくなるような x の整数値を求めよ。

$$f(x)=(a+2)x^2-2(a^2-1)x+1$$

（岐阜薬大）

34　2つの変数 x, y がそれぞれ $1 \leqq x \leqq 4$, $-3 \leqq y \leqq 0$ の範囲の任意の値をとるとき，次の式の最大値と最小値を求めよ。

(1)　$y-2x$　　(2)　$x^2-3x+3y+5$　（日本女大）

35　一定の長さの針金を2つの部分に分け，その1つで円を，他の1つで正方形をつくる。つくった円と正方形の面積の和が最小となるのは，針金を $\square : \square$ に分けたときである。　（慶大－経済）

Back!　「セミナーノート」第2講座5〜8ページ
Help!　「数学 α の完全整理」15〜17ページ